29. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 12
Saison 1989/1990

Aufgaben

29. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 12
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 291221:
Man ermittle alle diejenigen Paare $(x; y)$ reeller Zahlen x, y, die das folgende Gleichungssystem (1), (2), (3) erfüllen:

$$x + xy + xy^2 = -21, \tag{1}$$
$$y + xy + x^2y = 14, \tag{2}$$
$$x + y = -1. \tag{3}$$

Aufgabe 291222:
Man ermittle alle diejenigen reellen Zahlen m, die die Bedingung erfüllen, daß für jede reelle Zahl x die folgende Ungleichung (1) gilt:

$$x^2 + (m + 2)x + 8m + 1 > 0. \tag{1}$$

Aufgabe 291223:
Über fünf Streckenlängen a, b, c, d, e werde vorausgesetzt, daß je drei von ihnen die Seitenlängen eines Dreiecks sind.

Man beweise, daß unter dieser Voraussetzung stets eines dieser Dreiecke spitzwinklig sein muß.

Aufgabe 291224:
Man löse die folgende Aufgabe

a) für $n = 8$ und $k = 5$,

b) für $n = 9$ und $k = 6$.

Aufgabe: Untersuchen Sie, ob bei jeder Eintragung der natürlichen Zahlen $1, 2, ..., n^2$ in ein schachbrettartiges $n \times n$-Felder-Quadrat zwei zueinander benachbarte Felder vorkommen müssen, in denen Zahlen stehen, deren Differenz größer oder gleich k ist!

Hinweise:

1. Die genannten Eintragungen sollen die Bedingungen erfüllen, daß jedes Feld genau eine Zahl erhält und daß jede Zahl genau einmal verwendet wird.
2. Zwei Felder sollen genau dann zueinander benachbart heißen, wenn sie eine Seitenstrecke miteinander gemeinsam haben.