



29. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Saison 1989/1990

Aufgaben





29. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 290821:

Über die Anzahl x der Schüler einer 8. Klasse ist folgendes bekannt:

- (1) Die Zahl x ist eine Primzahl.
- (2) Genau 9 Schüler dieser Klasse können schlittschuhlaufen.
- (3) Genau 12 Schüler dieser Klasse können skilaufen.
- (4) Genau 4 Schüler dieser Klasse können weder schlittschuhlaufen noch skilaufen.

Untersuche, ob sich aus diesen Angaben die Schülerzahl x eindeutig ermitteln läßt!

Aufgabe 290822:

- a) Untersuche, ob die Gleichung

$$\left(\frac{x}{2} + 2\right) (4x - 7) = 2x^2 + \frac{x}{3} + 1$$

eine natürliche Zahl x als eine Lösung besitzt!

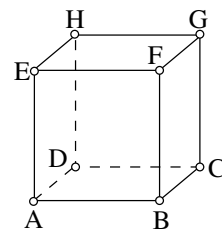
- b) In der genannten Gleichung soll die Zahl 7 so durch eine rationale Zahl r ersetzt werden, daß die entstehende Gleichung die Zahl $x = 1$ als eine Lösung besitzt.

Ermittle alle diejenigen rationalen Zahlen r , die diese Forderung erfüllen!

Aufgabe 290823:

Es sei $ABCDEFGH$ ein Würfel mit beliebiger Kantenlänge (siehe Abbildung).

- a) Ermittle die Größe des Winkels $\sphericalangle DEB$!
- b) Beweise, daß die Winkel $\sphericalangle AHB$ und $\sphericalangle BEC$ zueinander gleiche Größen haben!



Aufgabe 290824:

Das 4×4 -Felder-Quadrat im Bild soll so in vier Teile zerlegt werden, daß folgende Forderungen erfüllt sind:

- (1) Jedes Teil besteht aus genau vier Feldern.
- (2) Jedes Teil ist derart zusammenhängend, daß sich je zwei Mittelpunkte seiner Felder durch einen Weg miteinander verbinden lassen, der ganz in dem Teil verläuft und nur aus Strecken besteht, von denen jede zu einer Seitenkante des Quadrates parallel ist.
- (3) Jedes Teil enthält alle vier Zahlen 1, 2, 3, 4.

Gib alle Zerlegungen an, die diese Forderungen erfüllen! Weise nach, daß es keine weiteren derartigen Zerlegungen gibt!