



29. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 8
Saison 1989/1990

Aufgaben





29. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 290811:

Auf einer Flasche mit handelsüblicher 40 prozentiger Essigessenz stehe die folgende Gebrauchsanweisung: "Der Inhalt dieser Flasche (200 ml), mit 800 ml Wasser vermischt, ergibt einen zehnprozentigen Speiseessig."

Stimmt das?

Aufgabe 290812:

Die Grundfläche eines geraden Prismas ist ein gleichseitiges Dreieck mit gegebener Seitenlänge a . Die Summe aller Kantenlängen dieses Prismas beträgt $15a$.

Berechne den Flächeninhalt der Mantelfläche dieses Prismas!

Aufgabe 290813:

Zwei Kreise k_1 und k_2 seien so gelegen, daß sie zwei verschiedene Schnittpunkte A und D haben und daß ihre Mittelpunkte M_1 , M_2 auf verschiedenen Seiten der Geraden durch A und D liegen. Der von A verschiedene Schnittpunkt, den k_1 mit der Geraden durch A und M_1 hat, sei B . Der von A verschiedene Schnittpunkt, den k_2 mit der Geraden durch A und M_2 hat, sei C .

- Weise nach, daß unter diesen Voraussetzungen stets der Punkt D auf der Geraden g durch B und C liegen muß!
- Stelle eine Vermutung über die gegenseitige Lage der Geraden g und der Geraden h durch M_1 , M_2 auf! Beweise deine Vermutung!

Aufgabe 290814:

Zu jeder sechsstelligen natürlichen Zahl n , deren Einer-Ziffer von Null verschieden ist, kann man diejenige Zahl n' bilden, die man erhält, indem man die Ziffern von n in umgekehrter Reihenfolge schreibt. Anschließend kann man die Zahl $n + n'$ berechnen.

- Bilde einige Beispiele! Stelle fest, ob es eine Primzahl gibt, durch die in deinen Beispielen die Zahl $n + n'$ teilbar ist! Äußere eine Vermutung!
- Versuche, deine Vermutung zu beweisen!
- Jetzt sei k eine beliebige gerade natürliche Zahl größer als Null. Auch zu jeder k -stelligen natürlichen Zahl n , deren Einerziffer von Null verschieden ist, kann man diejenige Zahl bilden, die man erhält, indem man die Ziffern von n in umgekehrter Reihenfolge schreibt.
Gilt für $n + n'$ dann auch eine entsprechende Aussage wie in a), b)?