



29. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Saison 1989/1990

Aufgaben





29. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

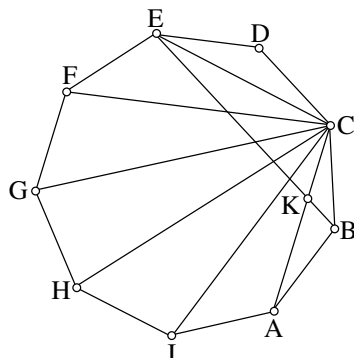
Aufgabe 290731:

28 Schüler einer Klasse beteiligen sich an einem Sportfest; dabei nahm jeder dieser Schüler an mindestens einer der Disziplinen Kugelstoßen, Weitsprung und 100 m-Lauf teil. Außerdem ist über die Schüler dieser Klasse bekannt:

- (1) Die Anzahl derjenigen, die sowohl am Kugelstoßen als auch am Weitsprung, aber nicht am 100 m-Lauf teilnahmen, ist größer als 1, und sie ist gleich der Anzahl derer, die sich nur am Kugelstoßen beteiligten.
- (2) Mindestens einer der Schüler nahm an allen drei Disziplinen teil; fünfmal so groß wie die Anzahl dieser Schüler ist insgesamt die Anzahl derjenigen, die sowohl beim Weitsprung als auch beim 100 m-Lauf starteten.
- (3) Genau 6 der Schüler starteten in den Disziplinen Kugelstoßen und 100 m-Lauf und nahmen nicht am Weitsprung teil.
- (4) Kein Teilnehmer trat nur im Weitsprung oder nur im 100 m-Lauf an.

Untersuche, ob aus diesen Angaben für jede der drei Disziplinen die Anzahl derjenigen in diese Klasse gehenden Schüler eindeutig ermittelt werden kann, die an der betreffenden Disziplin teilnahmen! Ist das der Fall, dann gib diese drei Anzahlen an!

Aufgabe 290732:



Gegeben sei ein regelmäßiges Neuneck $ABCDEFGHI$.

- a) Ermittle die Anzahl aller Diagonalen dieses Neunecks!
- b) Ermittle die Größe eines Innenwinkels dieses Neunecks!
- c) Es sei K der Schnittpunkt der Diagonalen AC und BE . Ermittle die Größe des Winkels $\sphericalangle CKE$!

Hinweis: Ein Neuneck heißt genau dann regelmäßig, wenn alle seine Seiten dieselbe Länge und alle seine Innenwinkel dieselbe Größe haben.

Aufgabe 290733:

Von einem Dreieck ABC wird gefordert, daß $a = 5,0$ cm, $s_a = 6,0$ cm und $h_c = 4,3$ cm gilt, wobei a die Länge der Seite BC , s_a die Länge der Seitenhalbierenden der Seite BC und h_c die Länge der auf AB senkrechten Höhe des Dreiecks ist.



- a) Beweise: Wenn ein Dreieck diese Forderungen erfüllt, dann kann es aus den gegebenen Längen 5, 0 cm, 6, 0 cm und 4, 3 cm konstruiert werden!
- b) Beschreibe eine solche Konstruktion und fertige eine Konstruktionszeichnung an!
- c) Beweise: Wenn ein Dreieck nach der Beschreibung konstruiert wird, dann erfüllt es die gestellten Forderungen!
- d) Stelle fest, ob durch diese Forderungen ein Dreieck ABC bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt ist!

Aufgabe 290734:

Ermittle alle diejenigen Paare $(z_1; z_2)$ aus zweistelligen natürlichen Zahlen z_1 und z_2 , die die folgenden Bedingungen (1), (2) und (3) erfüllen!

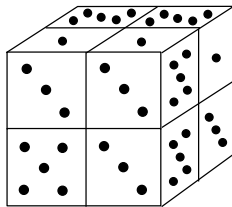
- (1) Es gilt $z_1 > z_2$.
- (2) Die Differenz der Zahlen z_1 und z_2 beträgt 59.
- (3) Die Differenz, die entsteht, wenn man von der Quersumme der Zahl z_1 die Quersumme der Zahl z_2 subtrahiert, beträgt 14.

Aufgabe 290735:

Wir betrachten das Produkt aller natürlicher Zahlen von 1 bis einschließlich 1 000.

Ermittle die Anzahl der Nullen, mit denen dieses Produkt endet!

Aufgabe 290736:



Ein Würfel wurde aus acht gleichgroßen Spielwürfeln zusammengesetzt. Jeder Spielwürfel hat auf seinen sechs Seitenflächen die Augenzahlen 1 bis 6, jede genau auf einer Seitenfläche; dabei haben die drei Seitenflächen mit den geraden Augenzahlen 2, 4, 6 eine Ecke gemeinsam, und dasselbe gilt für die drei Seitenflächen mit den ungeraden Seitenzahlen 1, 3, 5.

Von dem zusammengesetzten Würfel sind drei Seitenflächen sichtbar, wie die Abbildung zeigt. Alle sichtbaren Augenzahlen sind ungerade, ihre Summe beträgt 40.

- (a) Zeichne von einem Würfel, der ebenso aus acht Spielwürfeln zusammengesetzt ist, bei dem aber andere sichtbare Augenzahlen vorkommen, ein Schrägbild (Kantenlänge eines Spielwürfels 2 cm, $\alpha = 45^\circ$, $q = 0, 5$)! Trage sichtbare Augenzahlen so ein, daß alle sichtbaren Augenzahlen ungerade sind und ihre Summe 30 beträgt!
- (b) Beweise, daß in jeder Eintragung, die die in a) gestellten Forderungen erfüllt, mindestens vier der sichtbaren Augenzahlen 1 lauten müssen!