28. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 7
Saison 1988/1989

Aufgaben

28. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 280711:

Ein Spiel für zwei Mitspieler hat folgende Regel:

Einer der beiden nennt eine beliebige einstellige Zahl. Der andere nennt eine größere natürliche Zahl, die jedoch höchstens um 10 größer sein darf als die vorhergenannte. So wechselt man ab. Gewonnen hat derjenige, der unter Beachtung der Spielregeln die Zahl 100 nennen kann.

a) Gibt es für den beginnenden Spieler eine Möglichkeit, das Spiel in jedem Fall zu gewinnen?

b) Gibt es aber auch einen Spielbeginn, der anschließend dem zweiten Spieler eine Möglichkeit gibt, das Spiel in jedem Fall zu gewinnen?

Aufgabe 280712:

Aus den Ziffern 1, 3, 4, 5, 7 und 9 sollen sechsstellige natürliche Zahlen gebildet werden, in denen jede dieser Ziffern genau einmal vorkommt.

a) Ermittle die Anzahl aller verschiedenen Zahlen, die auf diese Weise gebildet werden können.

b) Untersuche, welche von den auf diese Weise gebildeten Zahlen durch 18 teilbar sind!

Aufgabe 280713:

a) Zeichne ein Parallelogramm $ABCD$, in dem der Winkel $\sphericalangle DAB$ ein spitzer Winkel ist! Konstruiere das Lot von D auf die Gerade durch A und B; den Fußpunkt dieses Lotes bezeichne mit E! Konstruiere das Lot von B auf die Gerade durch C und D; den Fußpunkt dieses Lotes bezeichne mit F!

b) Beweise, daß in jedem solchen Parallelogramm $ABCD$ für die so konstruierten Punkte E, F $\Delta AED \simeq \Delta CFB$ gilt!

Aufgabe 280714:

Im Mathematikunterricht stellt der Lehrer die Aufgabe, die Seitenlängen eines gleichschenkligen Dreiecks ABC mit $\overline{AC} = \overline{BC}$ zu ermitteln, wenn vorausgesetzt wird, daß eine der Seitenhalbierenden dieses Dreiecks den Dreiecksumfang derart teilt, daß der eine Teil 12 cm und der andere 9 cm beträgt.

Dazu äußern sich einzelne Schüler folgendermaßen:

Achim:	"Die Aufgabe hat keine Lösung, denn die Seitenhalbierende eines gleichschenkligen Dreiecks ist Symmetrieachse und kann somit den Umfang nur in zwei gleich große Teile zerlegen."
Birgit:	"Es gibt bis auf Kongruenz genau ein Dreieck, das die Forderungen der Aufgabenstellung erfüllt."

Claudia:	"Die Aufgabe hat bis auf Kongruenz genau zwei (zueinander nicht kongruente) Lösungen."
Dorit:	"Da man in ein Dreieck drei Seitenhalbierende einzeichnen kann, hat die Aufgabe mindestens drei zueinander nicht kongruente Lösungen."

Untersuche, wer von den vier Schülern recht hat, und begründe deine Feststellungen!