



27. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Saison 1987/1988

Aufgaben





27. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 270821:

Ein AG-Leiter behauptet, er könne jede von seinen Zirkelteilnehmern gedachte Zahl erraten, wenn ihm nur das Ergebnis der folgenden Rechnung genannt wird:

„Denke dir eine Zahl. Addiere dazu die Zahl 5, multipliziere die Summe mit 16, subtrahiere davon das Sechsfache der gedachten Zahl und dividiere diese Differenz durch 10!“

Läßt sich tatsächlich aus dem nun zu nennenden Ergebnis dieser Rechnung die gedachte Zahl ermitteln? Wenn das der Fall ist, so beschreibe und begründe, auf welche Weise das geschehen kann!

Aufgabe 270822:

Gegeben sei ein Kreis k ; sein Mittelpunkt sei M , sein Radius betrage r . Von drei Punkten A, B, C auf k werde vorausgesetzt, daß $\overline{AB} = \overline{BC}$ gilt und daß der Winkel $\sphericalangle ABC$ die Größe 120° hat.

Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen stets $\overline{AB} = r$ gilt!

Aufgabe 270823:

Über ein Turnier in einer AG "Schach" wird berichtet: Das Turnier wurde in mehreren Runden ausgetragen. In jeder Runde spielte jedes AG-Mitglied gegen jedes andere genau eine Partie. Auf diese Weise wurden in dem Turnier insgesamt 112 Partien gespielt. Es nahmen mehr als zwei Mitglieder teil.

Untersuche, ob ein Turnier möglich ist, bei dem diese Angaben zutreffen, und ob die Anzahl der Runden sowie die Anzahl der Teilnehmer eindeutig aus den Angaben folgen! Wenn dies der Fall ist, so ermittle diese Anzahlen!

Aufgabe 270824:

Ein Würfel W werde in volumengleiche Teilwürfel zerlegt. Der Oberflächeninhalt des Würfels W sei A , die Summe der Oberflächeninhalte der voneinander getrennten Teilwürfel sei S . Ermittle das Verhältnis $A : S$

- (a) wenn der Würfel W die Kantenlänge 14 cm hat und die Anzahl der Teilwürfel 8 beträgt,
- (b) bei beliebiger Kantenlänge a des Würfels W und bei der Anzahl 8 der Teilwürfel,
- (c) bei beliebiger Kantenlänge a des Würfels W und bei der Anzahl n^3 der Teilwürfel, wobei n eine beliebige natürliche Zahl mit $n \geq 2$ ist!