



27. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Saison 1987/1988

Aufgaben





27. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 270621:

Über einen 100 m-Lauf, den die drei Schüler Jens, Michael und Peter austrugen, wurden folgende Vorhersagen gemacht:

- Frank sagte: "Jens oder Peter wird gewinnen."
- Horst sagte: "Wenn Jens nicht gewinnt, dann gewinnt Michael."
- Norbert sagte: "Wenn Michael gewinnt, dann wird Jens Zweiter."
- Stefan sagte: "Michael wird schlechter abschneiden als Jens und Peter."

- (a) Nach dem Lauf wurde festgestellt: Alle vier Voraussagen sind wahre Aussagen.
- (b) Nach dem Lauf wurde festgestellt: Als einziger hatte Horst eine wahre Aussage gemacht.

Gib in beiden Fällen (a), (b) an, wer Erster, Zweiter bzw. Dritter wurde! In beiden Fällen (a), (b) ist noch bekannt, daß Jens, Peter und Michael alle drei verschiedene Zeiten liefen.

Erkläre, wie du deine Angaben gefunden hast!

Aufgabe 270622:

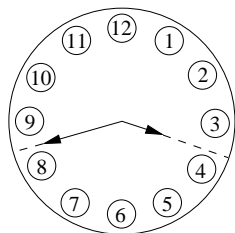
- (a) Bei einem Wettkampf, an dem sich genau vier Mannschaften A , B , C und D beteiligten, spielte jede dieser Mannschaften gegen jede andere dieser Mannschaften genau ein Spiel. Zähle diese Spiele auf!
- (b) Bei einem anderen Wettkampf spielte ebenfalls jede der teilnehmenden Mannschaften gegen jede andere der teilnehmenden Mannschaften genau ein Spiel. So kamen genau 21 Spiele zustande.

Wie viele Mannschaften nahmen insgesamt an diesem Wettkampf teil?

Zeige, daß bei der von dir angegebenen Anzahl von Mannschaften genau 21 Spiele zustandekommen!

Aufgabe 270623:

(a)



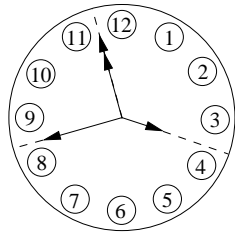
Der Stundenzeiger einer Uhr (siehe Abbildung) zeigt um 3.42 Uhr in die Lücke zwischen den Zahlen 3 und 4, der Minutenzeiger in die Lücke zwischen 8 und 9. Dadurch wird das Zifferblatt so aufgeteilt, daß in einem Teil die Summe $4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$ und im anderen Teil die Summe $9 + 10 + 11 + 12 + 1 + 2 + 3 = 48$ steht.

Gesucht werden Uhrzeiten folgender Art: Jeder Zeiger zeigt in eine der zwölf Lücken zwischen benachbarten Zahlen und dadurch wird das Zifferblatt in zwei Teile aufgeteilt, in denen die gleiche Summe steht.



Nenne zwei solche Uhrzeiten zwischen 0.00 Uhr und 12.00 Uhr, die sich voneinander um mehr als 5 Minuten unterscheiden!

(b)



Bei einer anderen Uhr (siehe Abbildung) zeigt 57 Sekunden nach 3.42 Uhr der Sekundenzeiger in die Lücke zwischen den Zahlen 11 und 12.

Hierdurch und durch die anderen Zeiger wird das Zifferblatt in Teile mit den Summen

$$4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30,$$

$$9 + 10 + 11 = 20,$$

$$12 + 1 + 2 + 3 = 18$$

aufgeteilt.

Warum gibt es keine Uhrzeit, bei der (jeder Zeiger in eine der zwölf Lücken zeigt und) das Zifferblatt in drei Teile aufgeteilt wird, in denen die gleiche Summe steht?

Aufgabe 270624:

In einer Werkhalle stehen vier Maschinen zur Herstellung von Werkstücken. Jeweils in 24 Stunden werden

auf Maschine A genau 2 Werkstücke,

auf Maschine B genau 3 Werkstücke,

auf Maschine C genau 8 Werkstücke,

auf Maschine D genau 12 Werkstücke

hergestellt. Für jede der Maschinen gilt, daß zum Herstellen der Werkstücke auf dieser Maschine stets die gleiche Zeit gebraucht wird. Dabei ist die Zeiteinteilung so angelegt, daß jeweils die Herstellung des nächsten Werkstückes genau dann beginnt, wenn das vorhergehende fertig ist.

An einem Tag beginnen alle vier Maschinen gleichzeitig um 0.00 Uhr mit der Herstellung eines neuen Werkstücks. Wie oft kommt es an diesem Tag bis einschließlich 24.00 Uhr insgesamt vor, daß

(a) auf allen vier Maschinen,

(b) auf genau drei der vier Maschinen,

(c) auf genau zwei der vier Maschinen

zum gleichen Zeitpunkt ein Werkstück fertig wird?