26. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 9
Saison 1986/1987

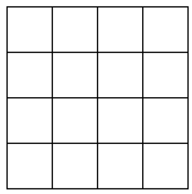
Aufgaben

26. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 260911:

In dem abgebildeten Quadrat mit 4×4 Teilquadraten sollen 8 von diesen 16 Teilquadraten so gekennzeichnet werden, daß in jeder Zeile, in jeder Spalte und in den beiden Diagonalen genau zwei Teilquadrate gekennzeichnet sind.



Geben Sie fünf voneinander verschiedene Lösungen der Aufgaben an, d.h. Lösungen, von denen sich keine zwei durch Spiegelung oder Drehung ineinander überführen lassen! Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe 260912:

Es seien a, b, s drei gegebene Streckenlängen. Peter soll eine Strecke der Länge s im Verhältnis $a^2 : b^2$ teilen. Er gibt folgende Konstruktion an:

(1) Man konstruiert ein rechtwinkliges Dreieck aus $\overline{BC} = a$, $\overline{AC} = b$ und $\overline{\sphericalangle ACB} = 90°$

(2) Von C fällt man das Lot auf AB, sein Fußpunkt sei D.

(3) In B trägt man an BA einen Winkel an, dessen Größe zwischen 0° und 180° liegt. Auf den freien Schenkel dieses Winkels wird von B aus die Strecke der Länge s abgetragen, ihr anderer Endpunkt sei E.

(4) Die Parallele zu EA durch D schneide BE in einen Punkt, der F genannt sei.

a) Führen Sie die beschriebene Konstruktion durch!

b) Beweisen Sie:

Wenn eine Strecke BE und ein Punkt F nach Peters Beschreibung konstruiert werden, dann teilt F die Strecke BE in Verhältnis $\overline{BF} : \overline{FE} = a^2 : b^2$.

Aufgabe 260913:

Ermitteln Sie die Anzahl aller verschiedenen Tripel ganzer Zahlen (x, y, z), für die

(1) $x \leq y \leq z$ und

(2) $xyz = 1\,986$ gilt!

Hinweis: Zwei Tripel (x_1, y_1, z_1) und (x_2, y_2, z_2) heißen genau denn voneinander verschieden, wenn mindestens eine der Ungleichungen $x_1 \neq x_2$; $y_1 \neq y_2$; $z_1 \neq z_2$ gilt.

Aufgabe 260914:

Untersuchen Sie, ob es natürliche Zahlen n derart gibt, daß die Lösung x der Gleichung $17x + n = 6x + 185$ ebenfalls eine natürliche Zahl ist! Wenn das der Fall ist, so ermitteln Sie die kleinste derartige Zahl n und die zugehörige Lösung x der gegebenen Gleichung!