25. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 9
Saison 1985/1986

Aufgaben

25. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 250921:
Ermitteln Sie alle diejenigen Tripel (a, b, c) von natürlichen Zahlen a, b, c, für die

$$a \leq b \leq c \quad \text{und} \quad a \cdot b \cdot c = 19 \cdot 85 \quad \text{gilt!}$$

Aufgabe 250922:
Es sei $ABCD$ ein konvexes Viereck. Jede Seite dieses Vierecks werde durch zwei Teilpunkte in drei gleich lange Strecken geteilt. Durch je zwei solche Teilpunkte, die ein und derselben Ecke des Vierecks $ABCD$ am nächsten liegen, sei eine Gerade gezeichnet. Auf diese Art kann man genau vier Geraden zeichnen, deren Schnittpunkte ein weiteres Viereck $STUV$ bilden.

Welches der beiden Vierecke $ABCD$ bzw. $STUV$ hat den größeren Flächeninhalt?

Aufgabe 250923:
Es seien a, b, x und y positive reelle Zahlen, und es gelte $\frac{a}{b} < \frac{x}{y}$.

Beweisen Sie, daß aus diesen Voraussetzungen stets

$$\frac{a}{b} < \frac{a+x}{b+y} < \frac{x}{y} \quad \text{folgt!}$$

Aufgabe 250924:
Untersuchen Sie, ob es rationale Zahlen a und b gibt, für die

$$\sqrt{3} = a + b\sqrt{2} \quad \text{gilt!}$$