



24. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 9
Saison 1984/1985

Aufgaben





24. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 240921:

Eine Schule hat 510 Schüler. Beim Anfertigen einer Schülerliste stellt jemand die Frage, ob auf derartigen Listen von 510 Personen mehrmals das gleiche Datum (Tag- und Monatsangabe, ohne Berücksichtigung der Jahresangabe) als Geburtstag auftreten wird.

Anke behauptet: "Auf jeder Liste, die sich durch Zusammenstellung von 510 Personen bilden läßt, befinden sich zwei Personen, die das gleiche Datum als Geburtstag haben."

Bertold behauptet: "Auf jeder Liste, die sich durch Zusammenstellung von 510 Personen bilden läßt, befinden sich drei Personen, die das gleiche Datum als Geburtstag haben."

Untersuchen Sie sowohl für Ankes als auch für Bertolds Behauptung, ob sie wahr oder falsch ist!

Aufgabe 240922:

Man ermittle alle diejenigen reellen Zahlen x mit $x \neq 5$, für die

$$\frac{x}{5-x} < 4 \quad \text{gilt.}$$

Aufgabe 240923:

Es sei $ABCD$ ein Quadrat. Für zwei verschiedene Punkte E und F , die in irgendeiner Reihenfolge auf der Seite BC zwischen B und C liegen, gelte $\overline{BE} = \overline{FC}$ und $\overline{BE} : \overline{EF} = 41 : 11$. Die Gerade durch A und E sei g , die Gerade durch D und F sei h , der Schnittpunkt von g und h sei S .

Untersuchen Sie, ob bei einer Lage von Punkten A, B, C, D, E, F, S , die diese Voraussetzungen erfüllt, das Dreieck $EF S$ gleichseitig ist!

Aufgabe 240924:

Beweisen Sie:

Sind a und b beliebige ganze Zahlen, wobei nur $b \neq 0$ vorausgesetzt wird, so ist die Zahl

$$z = a^5 + 3a^4b - 5a^3b^2 - 15a^2b^3 + 4ab^4 + 12b^5$$

das Produkt aus fünf ganzen Zahlen, von denen keine zwei einander gleich sind!