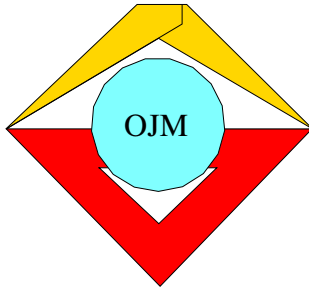




24. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Saison 1984/1985

Aufgaben





24. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 240831:

Ermittle alle diejenigen natürlichen Zahlen, deren sechste Potenz in ihrer dekadischen Zifferndarstellung genau je einmal die Ziffern 2, 4, 5, genau je zweimal die Ziffern 8, 9 und keine weitere Ziffer enthält!

Aufgabe 240832:

Um die Haltbarkeit eines Motorradreifentyps zu ermitteln, wurden zwei Reifen getestet. Dabei wurde festgestellt, daß der Reifen auf dem Hinterrad nach 15 000 gefahrenen Kilometern und der Reifen auf dem Vorderrad nach 25 000 gefahrenen Kilometern nicht mehr die erforderliche Profiltiefe hatte und damit abgenutzt war.

- Es soll nun erreicht werden, daß zwei solche Reifen gleichzeitig abgenutzt sind, indem man sie nach einer bestimmten Anzahl gefahrener Kilometer gegeneinander austauscht. Ermittle diese Kilometerzahl!
- Nach wieviel Kilometern sind unter den Voraussetzungen der Teilaufgabe a) beide Reifen abgenutzt?

Es werde angenommen, daß sowohl auf dem Vorderrad als auch auf dem Hinterrad die Abnutzung jeweils proportional zur Fahrstrecke ist.

Aufgabe 240833:

Konstruiere ein nicht überschlagenes Viereck $ABCD$, das die folgenden Bedingungen (I) bis (V) erfüllt!

- Die Seite AB hat die Länge $a = 7,0$ cm.
- C liegt auf der Mittelsenkrechten p der Strecke AB .
- D liegt auf der Mittelsenkrechten q der Strecke AC .
- A liegt auf der Mittelsenkrechten r der Strecke BD .
- Die Geraden p und q schneiden sich in einem Punkt S , der auf der Strecke AB liegt.

Beschreibe deine Konstruktion! Beweise, daß jedes Viereck, das die geforderten Eigenschaften hat, nach deiner Beschreibung konstruiert werden kann! Beweise, daß jedes Viereck, das nach deiner Beschreibung konstruiert wird, die geforderten Eigenschaften hat!

Hinweis: Ein Viereck $ABCD$ heißt genau dann "nicht überschlagen", wenn die Strecken AB und CD sich nicht schneiden und die Strecken AD und BC sich nicht schneiden.



Aufgabe 240834:

Es sei ABC ein rechtwinkliges Dreieck mit C als Scheitel des rechten Winkels. In diesem Dreieck sei CS die Seitenhalbierende von AB , CW die Winkelhalbierende von $\sphericalangle ACB$ und CH die Höhe auf AB .

Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen stets $\overline{\sphericalangle SCW} = \overline{\sphericalangle WCH}$ gilt!

Aufgabe 240835:

Es sei ABC ein gleichschenkliges Dreieck mit der Basis AB ; deren Länge sei 3 cm, der Umfang des Dreiecks betrage 13 cm. Eine Parallele zu AB schneide die Strecke AC in einem Punkt D zwischen A und C sowie die Strecke BC in einem Punkt E . Der Umfang des Vierecks $ABED$ betrage 7,4 cm.

Beweise, daß durch diese Voraussetzungen die Länge der Strecke AD eindeutig bestimmt ist, und ermittle diese Länge!

Aufgabe 240836:

Zwei Motorradfahrer unternehmen eine Fahrt, auf der beide die gleiche Entfernung zurücklegen. Sie starten gleichzeitig und kommen gleichzeitig am Ziel an. Dabei benötigt A doppelt so viel Zeit zum Fahren wie B zum Rasten. B dagegen fuhr dreimal so lange, wie A rastete.

Welcher der beiden Fahrer hatte die längere Rastzeit?