



24. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Saison 1984/1985

Aufgaben





24. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 240731:

Bei der Friedensfahrt ergab sich auf einer Etappe folgende Rennsituation:

Genau 14 Fahrer, darunter jedoch kein DDR-Fahrer, waren hinter das Hauptfeld zurückgefallen. Genau 90% der nicht zurückgefallenen Fahrer bildeten das Hauptfeld; darin fuhren einige, aber nicht alle DDR-Fahrer. Die Fahrer vor dem Hauptfeld bildeten eine Spitzengruppe; sie umfaßte genau ein Zwölftel aller Fahrer der Etappe. In der Spitzengruppe war die tschechoslowakische Mannschaft als einzige am schwächsten vertreten, die sowjetische Mannschaft als einzige am stärksten.

Untersuche, ob sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln läßt, welche Mannschaften insgesamt in der Spitzengruppe fuhren und mit wieviel Fahrern sie dort vertreten waren! Wenn dies zutrifft, gib diese Anzahlen an!

Aufgabe 240732:

a) Es sei M die Menge aller derjenigen Zahlen x , die die folgenden Eigenschaften (1), (2), (3) haben:

- (1) x ist eine sechsstellige natürliche Zahl.
- (2) x hat die Quersumme 29.
- (3) x ist durch 11 teilbar.

Ermittle das größte Element der Menge M !

b) Es sei M' die Menge aller derjenigen Zahlen x , die außer den Eigenschaften (1), (2), (3) auch noch die folgende Eigenschaft (4) haben:

- (4) Keine zwei Ziffern von x sind einander gleich.

Ermittle das größte Element der Menge M' !

Aufgabe 240733:

Konstruiere zwei zueinander nicht kongruente Dreiecke ABC , die folgende Bedingungen erfüllen:

Die Seite AB hat die Länge $c = 5$ cm, die auf der Geraden durch A und C senkrechte Höhe des Dreiecks ABC hat die Länge $h_b = 4,5$ cm, der Winkel $\sphericalangle ABC$ hat die Größe $\beta = 35^\circ$.

Gefordert wird eine Zeichnung (Konstruktion der beiden Dreiecke) und eine Konstruktionsbeschreibung hierzu. (Eine Begründung wird nicht verlangt.)



Aufgabe 240734:

Beweise folgenden Satz!

Wenn in einem Dreieck a und b die Längen zweier Seiten sowie h_a und h_b die Längen der zugehörigen Höhen sind, dann gilt $a : b = h_b : h_a$.

Aufgabe 240735:

In dem Schema $4\ 3\ \square\ 1\ \square\ 5\ \square$ ist jede der Leerstellen \square so mit einer Ziffer auszufüllen, daß die entstehende siebenstellige Zahl durch 75 teilbar ist.

Gib an, wieviel siebenstellige Zahlen es insgesamt gibt, die auf diese Weise entstehen können!

Aufgabe 240736:

Ein Viereck $ABCD$ habe folgende Eigenschaften:

- (1) $AB \parallel DC$ und $AD \not\parallel BC$,
- (2) $\overline{AD} = \overline{BC} = 3 \cdot \overline{DC} = a$, wobei a eine gegebene Länge ist,
- (3) $\sphericalangle BAD = 60^\circ$.

Ermittle den Umfang u dieses Vierecks in Abhängigkeit von a !