



24. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 7
Saison 1984/1985

Aufgaben





24. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 7

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 240711:

Über die Jungen einer Schulklasse ist folgendes bekannt:

Jeder Junge dieser Klasse gehört mindestens einer der drei Arbeitsgemeinschaften "Foto", "Junge Mathematiker", "Turnen" an. Ferner gelten folgende Aussagen:

- (1) Genau sechs Jungen der Klasse sind Mitglieder der AG "Foto".
- (2) Genau fünf Jungen der Klasse sind Mitglieder der AG "Junge Mathematiker".
- (3) Genau fünf Jungen der Klasse sind Mitglieder der AG "Turnen".

Weiterhin gelten über die Jungen dieser Klasse auch die folgenden Aussagen:

- (4) Genau drei der Jungen gehören sowohl zur AG "Foto" als auch zur AG "Junge Mathematiker".
- (5) Genau ein Junge gehört sowohl zur AG "Foto" als auch zur AG "Turnen".
- (6) Genau drei der Jungen gehören sowohl zur AG "Junge Mathematiker" als auch zur AG "Turnen".

Schließlich gilt auch die Aussage

- (7) Genau einer der Jungen dieser Klasse nimmt an allen drei Arbeitsgemeinschaften teil.

(Dagegen ist zu beachten, daß in (1) bis (6) nichts darüber ausgesagt wird, ob die betreffenden Jungen außer den jeweils genannten Arbeitsgemeinschaften noch weiteren Arbeitsgemeinschaften angehören.)

Untersuche, ob durch diese Angaben die Anzahl aller Jungen dieser Klasse eindeutig bestimmt ist! Ist dies der Fall, dann gib die Anzahl an!

Aufgabe 240712:

Peter und Klaus würfeln mit drei Würfeln. Sie notieren nach jedem Wurf die drei erhaltenen Augenzahlen a, b, c in der Darstellung (a, b, c) , wobei sie diese drei Zahlen so angeordnet haben, daß $a \geq b \geq c$ gilt. Sie bezeichnen zwei Würfe genau dann als voneinander "verschieden", wenn bei dieser Schreibweise mindestens ein Unterschied zwischen den beiden Darstellungen auftritt.

- (1) Welches ist die kleinste Summe und welches ist die größte Summe der drei Augenzahlen, die bei einem Wurf auftreten kann?
- (2) Beim Spiel fragt Peter: "Wieviel verschiedene Würfe gibt es insgesamt, bei denen als Summe der Augenzahlen der Wert 12 auftritt?" Beantworte diese Frage!
- (3) Klaus überlegt: "Wieviel verschiedene Würfe gibt es insgesamt, bei denen wenigstens einer der Würfel die Augenzahl 6 aufweist?" Ermittle auch diese Anzahl!



- (4) Nach genau 50 Würfeln beenden die beiden Schüler ihr Würfelspiel. Sie fragen sich, ob dabei alle möglichen verschiedenen Würfe vorgekommen sein können. Beantworte diese Frage und beweise deine Antwort!

Aufgabe 240713:

In einem Ferienlager wird ein Tischtennisturnier geplant, das folgendermaßen ablaufen soll:

Die 36 Teilnehmer tragen zunächst Vorrundenspiele in sechs Gruppen zu je sechs Spielern aus, und zwar spielt von solchen sechs Spielern jeder gegen jeden genau einmal. Die jeweils beiden Erstplatzierten einer jeden Gruppe gelangen in die Zwischenrunde. Diese 12 Teilnehmer der Zwischenrunde werden neu in zwei Gruppen zu je sechs Spielern eingeteilt, und dann spielt in der Zwischenrunde wieder von solchen sechs Spielern jeder gegen jeden. Die jeweils beiden Erstplatzierten jeder dieser zwei Gruppen gelangen in die Endrunde. Diese vier Teilnehmer der Endrunde ermitteln durch Spiele jeder gegen jeden die Medaillengewinner.

Das Turnier soll um 8.30 Uhr beginnen. Zwischen Vor- und Zwischenrunde soll ein Pause von einer Stunde eingeplant werden; nach Abschluß der Zwischenrunde wird nochmals eine Pause von 15 Minuten eingeplant, und zwischen dem Abschluß der Endrunde und der Siegerehrung ist wiederum eine Pause von 15 Minuten vorgesehen.

Wann kann man unter diesen Bedingungen die Siegerehrung frühestens ansetzen, wenn für jedes Spiel (einschließlich der notwendigen Spielerwechsel) 15 Minuten geplant werden und wenn genau sechs Tischtennisplatten zur Verfügung stehen?

Zeige durch eine Aufstellung der Spiele, die jeweils gleichzeitig stattfinden sollen, daß der von dir angegebene Zeitpunkt der Siegerehrung eingehalten werden kann.

Aufgabe 240714:

- (a) Über die Maßzahlen der in Zentimeter gemessenen Seitenlängen eines Dreiecks wird vorausgesetzt:
- (1) Diese Maßzahlen sind drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen.
 - (2) Der Umfang des Dreiecks ist um 25 cm länger als die kürzeste Dreiecksseite. Ermittle aus diesen Voraussetzungen die drei Seitenlängen!
- (b) Löse die Aufgabe, wenn die Voraussetzung (2) durch die folgende Voraussetzung (2') ersetzt wird!
- (2') Es sei n eine vorgegebene natürliche Zahl. Der Umfang des Dreiecks ist um n Zentimeter länger als die kürzeste Dreiecksseite. Die gesuchten drei Seitenlängen sind mit Hilfe von n ausgedrückt anzugeben.
- (c) Untersuche, welche natürlichen Zahlen n in (2') vorzugeben sind, damit in (b) eine lösbare Aufgabe entsteht!