



23. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Saison 1983/1984

Aufgaben





23. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 230831:

Ein vollständig gefülltes Wasserbecken besitzt einen großen und einen kleinen Abflußhahn. Öffnet man nur den großen Hahn, so läuft das Becken in genau einer Stunde aus; öffnet man nur den kleinen Hahn, so ist das Becken in genau drei Stunden leer.

Nach welcher Zeit ist das Becken leer, wenn beide Hähne gleichzeitig geöffnet sind? Vorausgesetzt wird für jeden der beiden Hähne, daß aus ihm jeweils in gleich langen Zeiten gleich große Wassermengen entströmen.

Aufgabe 230832:

Es sei $ABCD$ ein Quadrat mit gegebener Seitenlänge a . Der Mittelpunkt der Seite AD sei E . Auf der Strecke CE sei F derjenige Punkt, für den $\overline{CF} : \overline{FE} = 1 : 2$ gilt.

- Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen die Flächeninhalte der Dreiecke BCF und AEF einander gleich sind!
- Ermittle den Flächeninhalt des Dreiecks ABF in Abhängigkeit von a !

Aufgabe 230833:

Konstruiere ein Dreieck ABC aus $b = 7$ cm, $\rho = 2$ cm und $\gamma = 80^\circ$! Dabei sei b die Länge der Seite AC , ρ der Radius des Inkreises des Dreiecks ABC , und γ sei die Größe des Innenwinkels $\sphericalangle ACB$.

Beschreibe und begründe deine Konstruktion! Untersuche, ob durch die gegebenen Stücke ein Dreieck ABC bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt ist!

Aufgabe 230834:

Ermittle die Anzahl aller derjenigen natürlichen Zahlen von 1 bis 1984, die durch 5, aber nicht durch 7 und nicht durch 11 teilbar sind!

Aufgabe 230835:

- Zu einem gegebenen Kreis K werde dasjenige Quadrat Q betrachtet, das den gleichen Umfang wie K hat.
Ist der Flächeninhalt von Q größer, gleich oder kleiner als der Flächeninhalt von K ? Wieviel Prozent des Flächeninhaltes von K beträgt der Flächeninhalt von Q ?
- Zu einem gegebenen Kreis k werde dasjenige Quadrat q betrachtet, das den gleichen Flächeninhalt wie k hat.
Ist der Umfang von q größer, gleich oder kleiner als der Umfang von k ? Wieviel Prozent des Umfanges von k beträgt der Umfang von q ?



Für π kann der auf 4 Dezimalen genaue Näherungswert $\pi \approx 3,1416$ verwendet werden. Die gesuchten Prozentsätze sind auf eine Dezimale nach dem Komma genau anzugeben.

Aufgabe 230836:

Über fünf Punkte A, B, C, D, M wird folgendes vorausgesetzt:

M ist der Mittelpunkt der Strecke AB ;

die Punkte A, C, D, B liegen in dieser Reihenfolge auf einem Halbkreis über AB ;

es gilt $AB \parallel CD$;

die Strecke MC schneidet die Strecke AD in einem Punkt E , für den $\overline{AC} = \overline{EC}$ gilt.

Beweise, daß durch diese Voraussetzungen die Größe des Winkels $\sphericalangle ACM$ eindeutig bestimmt ist! Ermittle diese Winkelgröße!