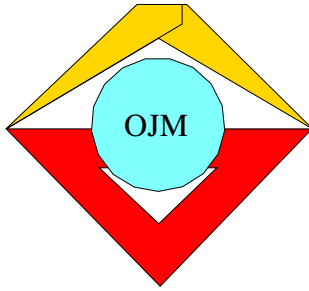




22. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Saison 1982/1983

Aufgaben





22. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 220831:

Cathrin fragt an einem Tag des Jahres 1981 ihren Großvater nach seinem Geburtsjahr. Der Großvater, ein Freund von Knobelaufgaben, antwortete:

”Ich bin älter als 65 Jahre, aber jünger als 100 Jahre. Die Jahreszahl meiner Geburt ist weder durch 2 noch durch 3 noch durch 5 teilbar. Der Rest, der bei der Division dieser Jahreszahl durch 60 entsteht, ist keine Primzahl.”

Untersuche, ob diese Angaben insgesamt für ein Geburtsjahr zutreffen können und ob sie das Geburtsjahr eindeutig festlegen! Wie lautet dann das Geburtsjahr des Großvaters?

Hinweis: Die Jahreszahl soll vollständig angegeben werden, also z. B. nicht 11 sondern 1911.

Aufgabe 220832:

a) Beweise, daß für $n = 2, 3, 4$ und 5 der folgende Satz gilt:

Wenn q das arithmetische Mittel von n unmittelbar aufeinanderfolgenden ungeraden natürlichen Zahlen ist, dann ist q stets eine natürliche Zahl.

b) Ermittle unter den Zahlen $n = 2, 3, 4, 5$ alle diejenigen, für die das in a) genannte Mittel q stets eine gerade Zahl ist!

Aufgabe 220833:

Konstruiere ein Trapez $ABCD$ mit $AB \parallel DC$ und den folgenden Eigenschaften (1), (2), (3) aus $b = 6$ cm. Dabei sei b die Länge der Seite BC . Die geforderten Eigenschaften sind:

(1) Es gilt $\overline{AD} = \overline{BC}$.

(2) Es gilt $\overline{AB} : \overline{DC} = 2 : 1$.

(3) Die Kreise mit den Durchmessern AD und BC berühren einander.

Beschreibe und begründe deine Konstruktion! Untersuche, ob durch die gegebene Länge b ein Trapez mit den genannten Eigenschaften bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt ist!



Aufgabe 220834:

Ein Hubschrauber startete um 4.30 Uhr in einer Stadt A und flog mit der Geschwindigkeit $250 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ zu einer Stadt B . Dort blieb er 30 Minuten und flog dann auf demselben Weg mit der Geschwindigkeit $200 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ nach A zurück, wo er an demselben Tag um 11.45 Uhr ankam.

Ermittle die Länge des Weges von A nach B !

Aufgabe 220835:

Der Zentriwinkel $\sphericalangle ASB$ eines Kreissektors s betrage 60° . In diesem Kreissektor sei derjenige Kreis k gezeichnet, der die Strecken AS , BS und den Bogen \widehat{AB} von innen berührt.

Wieviel Prozent vom Flächeninhalt des Kreissektors s beträgt der Flächeninhalt des Kreises k ?

Aufgabe 220836:

Es sei k ein Kreis mit dem Mittelpunkt M . Auf k seien Punkte A, B, C, D in dieser Reihenfolge so gelegen, daß folgende Voraussetzungen erfüllt sind:

- (1) Die Sehnen AC und BD schneiden einander in einem von M verschiedenen Punkt S .
- (2) Derjenige Teilbogen von A nach B , der C und D nicht enthält, ist kleiner als ein Halbkreis.
- (3) Derjenige Teilbogen von C nach D , der A und B nicht enthält, ist kleiner als ein Halbkreis.

Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen stets

$$\overline{\sphericalangle ASD} = \frac{1}{2} (\overline{\sphericalangle AMB} + \overline{\sphericalangle CMD}) \quad \text{gilt!}$$