22. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Saison 1982/1983

Aufgaben

22. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 220731:

Die Konsumgenossenschaft erstattet in jedem Jahr 1,6% desjenigen Betrages zurück, für den Konsummarken abgerechnet wurden. Von vier Familien A, B, C und D ist aus einem Jahr bekannt:

A hatte für einen doppelt so großen Betrag abgerechnet wie B oder, was dasselbe war, für einen dreimal so großen wie C bzw. für einen viermal so großen wie D; die vier Familien A, B, C, D erhielten zusammen 336 DM zurückerstattet.

Für jede der vier Familien A, B, C, D soll aus diesen Angaben ermittelt werden:

a) Für welchen Betrag hatte diese Familie in diesem Jahr Konsummarken abgerechnet?

b) Welchen Betrag erhielt daher diese Familie zurückerstattet?

Aufgabe 220732:

Petra schreibt nacheinander sechs natürliche Zahlen auf. Die erste Zahl wählt sie beliebig, jede weitere genau um 7 größer als das Doppelte der jeweils vorangehenden Zahl. Sie stellt fest, daß die Summe der sechs aufgeschriebenen Zahlen durch 21 teilbar ist.

a) Bilde ein Beispiel, und bestätige in diesem Beispiel Petras Feststellung!

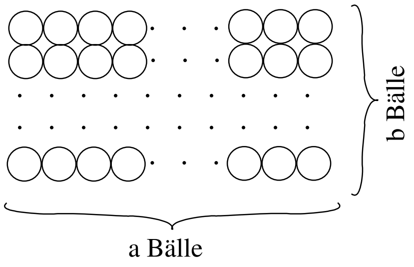
b) Beweise, daß bei jeder beliebigen Wahl der ersten Zahl die beschriebene Rechnung zu einer Summe führt, die durch 21 teilbar ist!

Aufgabe 220733:

Konstruiere ein Trapez $ABCD$ mit $AB \parallel DC$ aus $a = 5,0$ cm, $b = 3,5$ cm, $c = 2,5$ cm und $h = 3,0$ cm! Dabei seien a die Länge der Seite AB, b die der Seite BC, c die der Seite CD und h der Abstand der beiden parallelen Seiten AB und DC voneinander.

Beschreibe und begründe deine Konstruktion! Untersuche, ob durch die gegebenen Längen ein Trapez $ABCD$ bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt ist!

Aufgabe 220734:



Im Schaufenster eines Sportgeschäftes befindet sich ein Stapel aus 550 gleichgroßen Bällen. Der Stapel besteht aus waagerechten Schichten. Jede Schicht enthält Bälle in einer rechteckigen Anordnung, wie sie die Abbildung zeigt. Die Anzahlen a und b sind in jeder Schicht genau um 1 kleiner als die entsprechenden Anzahlen in der darunterliegenden Schicht. In der untersten Schicht ist 10 die kleinere der beiden Anzahlen a, b. In der obersten Schicht ist 1 die kleinere der beiden Anzahlen a, b.

Ermittle aus diesen Angaben die Anzahl der Bälle in der untersten Schicht!

Aufgabe 220735:

Beweise folgenden Satz!

Wenn $PQRS$ ein Trapez mit $PQ \parallel SR$ ist und wenn T der Schnittpunkt der Diagonalen PR und QS ist, dann haben die Dreiecke PST und QRT einander gleichen Flächeninhalt.

Aufgabe 220736:

Von fünf Punkten A, B, C, D, M wird folgendes vorausgesetzt:

M ist der Mittelpunkt der Stecke AB; die vier Punkte B, C, D, A liegen in dieser Reihenfolge auf einem Halbkreis über AB; es gilt $AB \parallel DC$; die Winkel $\sphericalangle BAC$ und $\sphericalangle CMD$ sind einander gleich groß.

Zeige, daß durch diese Voraussetzungen die Größe α des Winkels $\sphericalangle BAC$ eindeutig bestimmt ist, und ermittle diese Winkelgröße!