22. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Saison 1982/1983

Aufgaben

22. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 6
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 220611:

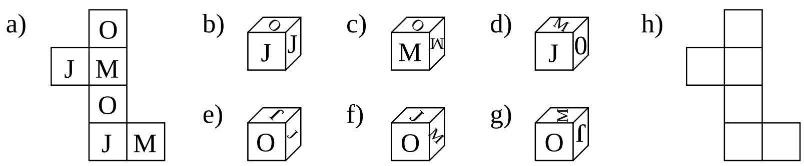
In einem Aquarium hat der Hohlraum, der mit Wasser gefüllt werden könnte, die Gestalt eines Würfels von 60 cm Kantenlänge. Dieser Hohlwürfel soll aber nur bis zu einer Höhe von 10 cm unter seinem oberen Rand gefüllt werden.

Wieviel Eimer Wasser sind dafür insgesamt erforderlich, wenn jeder Eimer 9 Liter faßt?

Aufgabe 220612:

Die sechs quadratischen Flächen der Oberfläche eines Würfels sind so mit den Buchstaben O, J, M beschriftet, wie es das Würfelnetz in Bild a) zeigt. (Der Buchstabe O gelte dabei als kreisförmig.)

a) Welche der in den Bildern b) bis g) abgebildeten Würfel könnten aus diesem Netz hergestellt worden sein? Für welche Würfel ist dies nicht möglich? (Als Lösung genügt jeweils die Angabe, ob Herstellbarkeit vorliegt, ohne Begründung.)



b) In das Würfelnetz des Bildes h) sollen die Buchstaben O, J, M so eingetragen werden, daß sich aus dem Netz ein Würfel mit den folgenden Eigenschaften (1), (2) und (3) herstellen läßt:

(1) Je zwei gegenüberliegende Seitenflächen des Würfels tragen denselben Buchstaben.

(2) Der Würfel läßt sich so drehen, daß Bild d) entsteht.

(3) Der Würfel läßt sich so drehen, daß Bild g) entsteht.

Als Lösung ist eine mögliche Eintragung anzugeben, ohne Begründung, aber mit der Kennzeichnung einer Fläche, die J enthält und in Bild d) sichtbar sein soll, sowie einer Fläche, die O enthält und in Bild g) sichtbar sein soll.

Aufgabe 220613:

Bei einem Sportwettkampf beteiligten sich die Pioniere Anton, Bernd, Christian, Detlef, Ernst und Frank am Hochsprungwettbewerb. Über das Ergebnis gelten folgende Aussagen:

(1) Anton sprang höher als Frank, erreichte aber eine kleinere Sprunghöhe als Detlef.

(2) Frank und Ernst erreichten verschiedene Sprunghöhen; es ist jedoch nicht wahr, daß Frank höher als Ernst sprang.

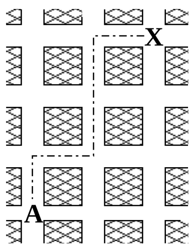
(3) Christian erreichte die gleiche Höhe wie Anton, sprang aber höher als Ernst.

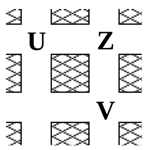
(4) Es ist falsch, daß Bernd die Sprunghöhe eines anderen Pioniers erreichte oder übertraf.

Untersuche, ob sich aus diesen Angaben die Reihenfolge der Sprunghöhen der sechs Pioniere eindeutig erhalten läßt! Wenn dies möglich ist, so nenne diese Reihenfolge, und beginne dabei mit der größten Sprunghöhe!

Aufgabe 220614:

Das Bild a) zeigt einen Teil eines Stadtplanes. Ein Auto soll auf einem möglichst kurzen Weg von A zu einer anderen Kreuzung, z.B. X fahren. Als Beispiel ist ein solcher Weg eingetragen. Man will - für jede von A verschiedene Kreuzung Z - wissen, wieviel verschiedene möglichst kurze Wege von A nach Z es insgesamt gibt.

a)


b)


a) Suche zunächst alle diejenigen Kreuzungen, zu denen genau ein möglichst kurzer Weg von A aus hinführt!

b) Das Bild b) bedeute einen Ausschnitt aus Bild a), wobei Z eine der in a) nicht betrachteten Kreuzungen sein soll. Wenn man schon weiß, wieviel möglichst kurze Wege von A nach U es gibt und wieviel möglichst kurze Wege von A nach V es gibt, wie kann man dann die Anzahl aller möglichst kurzen Wege von A nach Z berechnen?

c) Benutze die Überlegungen zu a) und b), um für jede der elf von A verschiedenen Kreuzungen Z die gesuchte Anzahl zu finden!

d) Ermittle die Anzahl der möglichst kurzen Wege von A nach X in Bild a) noch einmal auf andere Weise: Schreibe jeden dieser Wege durch Angabe der Richtungen seiner fünf Teilstrecken auf! Benutze dabei Abkürzungen, z.B. w für waagerecht, s für senkrecht!