



21. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 9
Saison 1981/1982

Aufgaben





21. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

Klasse 9

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 210911:

Während einer Fußballmeisterschaft spielten im Halbfinale die vier Mannschaften A , B , C und D . Über den Ausgang der Spiele und damit die Ermittlung der beiden Mannschaften für das Endspiel machten Kenner der vier Mannschaften folgende Voraussagen:

- (1) Das Endspiel wird lauten: B gegen C .
- (2) Das Endspiel wird nicht lauten: A gegen B .
- (3) Das Endspiel wird lauten: C gegen D .
- (4) Wenn A das Endspiel erreicht, dann erreicht B nicht das Endspiel.
- (5) Das Endspiel wird von zwei der Mannschaften B , C , D bestritten.

Nach dem Halbfinale stellte sich heraus, daß genau zwei der Voraussagen (1) bis (5) falsch waren.

Zeigen Sie, daß es aufgrund dieser Angaben möglich ist, die beiden Mannschaften zu ermitteln, die das Endspiel erreichten!

Aufgabe 210912:

Herr Schulze trifft nach langer Zeit Herrn Lehmann und lädt ihn zu sich nach Hause ein. Unterwegs erzählt er Herrn Lehmann, daß er Vater von drei Kindern ist. Herr Lehmann möchte wissen, wie alt diese sind; ihm genügen Angaben in vollen Lebensjahren.

Herr Schulze antwortet: "Das Produkt der drei Altersangaben beträgt 72. Die Summe der drei Altersangaben ist meine Hausnummer. Wir sind gerade an unserem Haus angekommen; Sie sehen meine Nummer." Darauf erwidert Herr Lehmann: "Aus diesen Angaben kann man aber die drei Altersangaben nicht eindeutig ermitteln." "Das stimmt", meint Herr Schulze, "aber irgendwann zwischen der Geburt des zweiten und des dritten Kindes hat der Bau dieses Hauses stattgefunden. Ein Jahr und einen Tag lang haben wir an dem Haus gebaut." "Vielen Dank! Nun kann man die Altersangaben eindeutig ermitteln", beschließt Herr Lehmann das Gespräch.

Untersuchen Sie, ob es eine Zusammenstellung von drei Altersangaben gibt, für die alle Aussagen dieses Gespräches zutreffen! Untersuchen Sie, ob es nur eine solche Zusammenstellung, gibt! Wenn das der Fall ist, ermitteln Sie diese!



Aufgabe 210913:

Elsa behauptet:

”Man kann die Zahl 1981 folgendermaßen darstellen: Man schreibt die natürlichen Zahlen von 1 bis zu einer geeigneten Zahl n der Reihe nach auf und setzt zwischen je zwei dieser Zahlen jeweils genau eines der vier Operationszeichen $+$, $-$, \cdot , $:$. Dabei braucht nicht überall dasselbe Operationszeichen gewählt zu werden; es brauchen auch nicht alle vier Operationszeichen vorzukommen. An der Reihenfolge der natürlichen Zahlen darf nichts geändert werden; Klammern und weitere Rechenzeichen sollen nicht auftreten. Das Ergebnis der so aufgeschriebenen Rechenaufgabe ist 1981.”

Ist Elsas Behauptung wahr?

Aufgabe 210914:

Konstruieren Sie ein Dreieck ABC aus $\sphericalangle BAC = \alpha = 70^\circ$, $\sphericalangle ACB = \gamma = 50^\circ$ und $r = 5$ cm, wobei r der Radius des Umkreises des Dreiecks ABC ist!

Beschreiben und begründen Sie Ihre Konstruktion! Untersuchen Sie, ob durch die gegebenen Stücke ein Dreieck ABC bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt ist!