



**21. Mathematik Olympiade**  
**2. Stufe (Kreisolympiade)**  
**Klasse 8**  
**Saison 1981/1982**

Aufgaben





21. Mathematik-Olympiade  
2. Stufe (Kreisolympiade)  
Klasse 8  
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

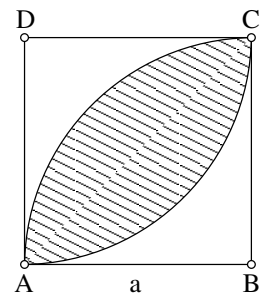
Aufgabe 210821:

Ermittle alle diejenigen natürlichen Zahlen  $a$ , für die  $\frac{1}{4} < \frac{a}{a+12} < \frac{1}{3}$  gilt!

Aufgabe 210822:

Gegeben sei die Seitenlänge  $a$  eines Quadrates  $ABCD$ . Um  $B$  und  $D$  seien mit dem Radius  $a$  Kreisbögen gezeichnet, die in dem Quadrat  $ABCD$  eine blattartige Figur (im Bild schraffiert) einschließen.

- Berechne für  $a = 3, 5$  cm den Flächeninhalt der schraffierten Fläche!
- Ermittle eine allgemeine Formel, die angibt, wie der Flächeninhalt der blattartigen Figur von der gegebenen Seitenlänge  $a$  abhängt!



Aufgabe 210823:

- Beweise folgenden Satz:

Wenn ein Dreieck  $ABC$  gleichseitig ist, dann ist die Summe irgend zweier zu verschiedenen Ecken gehörender Außenwinkel stets doppelt so groß wie die Summe der zugehörigen Innenwinkel.

- Untersuche, ob auch die folgende Umkehrung des in a) genannten Satzes gilt: Wenn in einem Dreieck  $ABC$  die Summe irgend zweier zu verschiedenen Ecken gehörender Außenwinkel stets doppelt so groß ist wie die Summe der zugehörigen Innenwinkel, dann ist das Dreieck  $ABC$  gleichseitig.

Aufgabe 210824:

Über den Mitgliederstand einer Betriebssportgemeinschaft (BSG), in der genau fünf Sektionen bestehen, wurden folgende Angaben gemacht:

- Genau 22 Mitglieder der BSG gehören zur Sektion Schach.
- Genau ein Drittel aller Mitglieder der BSG gehören zur Sektion Fußball.
- Genau ein Fünftel aller Mitglieder der BSG gehören zur Sektion Leichtathletik.
- Genau drei Siebentel aller Mitglieder der BSG gehören zur Sektion Tischtennis.
- Genau zwei Neuntel aller Mitglieder der BSG gehören zur Sektion Turnen.
- Genau 8 Mitglieder der BSG gehören zu je genau drei verschiedenen Sektionen.
- Genau 72 Mitglieder der BSG gehören zu mindestens zwei verschiedenen Sektionen.



- Kein Mitglied der BSG gehört mehr als drei Sektionen an, aber jedes Mitglied mindestens einer Sektion.

Untersuche, ob es eine Zusammenstellung von Mitgliederzahlen sowohl der gesamten BSG als auch der fünf einzelnen Sektionen gibt, so daß alle diese Aussagen zutreffen! Untersuche, ob diese Mitgliederzahlen durch die Aussagen eindeutig bestimmt sind! Ist das der Fall, so gib die Mitgliederzahlen an!