21. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Saison 1981/1982

Aufgaben

21. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 210731:

In einer Mathematikstunde zeichnet der Lehrer genau zehn Vierecke an die Wandtafel und fordert die Schüler auf, Aussagen über diese zu treffen. Er erhält folgende Antworten:

Axel:	"An der Tafel befinden sich mindestens zwei Quadrate."
Beate:	"An der Tafel sind genau doppelt so viele Rechtecke wie Quadrate."
Christa:	"An der Tafel ist genau ein Parallelogramm."
Detlev:	"An der Tafel sind genau doppelt so viele Trapeze wie Rechtecke."

Der Lehrer teilt danach der Klasse mit, daß genau eine dieser vier Aussagen falsch war.

a) Von wem kam die falsche Aussage?

b) Ermittle für die einzelnen Arten von Vierecken jeweils die Anzahl der Vierecke dieser Art an der Tafel, soweit diese Anzahl aus den vorliegenden Angaben hervorgeht!

c) Skizziere, wie nach diesen Angaben das Tafelbild ausgesehen haben könnte!

Aufgabe 210732:

Ermittle alle Paare $(x; y)$ rationaler Zahlen mit der Eigenschaft, daß die Summe $x + y$ dieselbe Zahl wie das Produkt $x \cdot y$ und auch dieselbe Zahl wie der Quotient $x : y$ ist!

Aufgabe 210733:

Konstruiere ein Drachenviereck $ABCD$ aus $a = 3,1$ cm, $\alpha = 100°$ und $\beta = 120°$! Dabei bezeichne a die Länge $\overline{AB} = \overline{BC}$; ferner bezeichne α die Größe des Winkels $\sphericalangle BAD$ und β die Größe des Winkels $\sphericalangle ABC$.

Beschreibe und begründe deine Konstruktion! Untersuche, ob durch die gegebenen Stücke ein Drachenviereck bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt ist!

Aufgabe 210734:

Gegeben sei ein Kreis k mit dem Mittelpunkt M. Auf k liegen die Punkte A und B derart, daß der Winkel $\sphericalangle BMA$ ein rechter ist. Weiterhin sei ein Punkt C durch folgende Bedingungen festgelegt:

(1) C liegt auf k.

(2) Es gilt $\overline{MB} = \overline{BC}$.

(3) Die Gerade durch A und C schneidet die Strecke MB in einem Punkt D.

Ermittle aus diesen Angaben die Größe des Winkels $\sphericalangle CDB$!

Aufgabe 210735:

Es sei $ABCD$ ein beliebiges Parallelogramm, und es sei P ein beliebiger Punkt im Innern dieses Parallelogramms, der nicht auf einer seiner Diagonalen liegt. Ferner sei S der Schnittpunkt der Parallelen durch B zu PD und durch D zu PB.

Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen das Viereck $ASCP$ stets ein Parallelogramm ist!

Aufgabe 210736:

Eine Flüssigkeit wird in kleinen, mittleren und großen Flaschen verkauft. In jede kleine Flasche passen genau 200 g, in jede mittlere genau 500 g und in jede große genau 1 000 g der Flüssigkeit. Jede gefüllte 200 g-Flasche kostet 1, 20 M, jede gefüllte 500 g-Flasche kostet 2, 80 M.

Der Preis der leeren 500 g-Flasche ist um 50% höher als der der leeren 200 g-Flasche. Die leere 1 000 g-Flasche wiederum ist um 50% teurer als die leere 500 g-Flasche.

Welcher Betrag wird eingespart, wenn anstelle von fünf gefüllten 200 g-Flaschen eine gefüllte 1 000 g-Flasche gekauft wird?