



**20. Mathematik Olympiade**  
**3. Stufe (Bezirksolympiade)**  
**Klasse 8**  
**Saison 1980/1981**

Aufgaben





20. Mathematik-Olympiade  
3. Stufe (Bezirksolympiade)  
Klasse 8  
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 200831:

Uwe erzählt:

”In den Winterferien machten wir mit einer Reisegesellschaft eine Fahrt in den Harz. Daran nahmen nicht mehr als 80 Personen teil, und zwar waren es genau 3 Männer weniger als Frauen und genau 20 Erwachsene mehr als Kinder. Unterwegs wurden wir in genau 7 Gruppen von gleicher Personenzahl aufgeteilt.”

Ermittle alle Möglichkeiten, die Anzahlen der Männer, Frauen und Kinder so anzugeben, daß Uwes Aussagen zutreffen!

Aufgabe 200832:

Ermittle alle dreistelligen natürlichen Zahlen  $n$  mit der Eigenschaft, daß das Produkt aus den einzelnen Ziffern von  $n$  gleich dem Fünffachen der Quersumme von  $n$  ist!

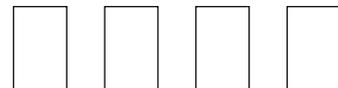
Aufgabe 200833:

Konstruiere ein Dreieck  $ABC$  aus  $r = 4$  cm;  $b = 6$  cm und  $c = 7$  cm! Dabei seien  $r$  der Umkreisradius des Dreiecks und  $b, c$  die Längen der Seiten  $AC$  bzw.  $AB$  des Dreiecks  $ABC$ .

Beschreibe und begründe deine Konstruktion! Untersuche, ob durch die gegebenen Stücke ein Dreieck  $ABC$  bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt ist!

Aufgabe 200834:

Auf einem Tisch liegen vier Spielkarten mit der Bildseite nach unten. Sie sind von links nach rechts in einer Reihe angeordnet, mit gleichgroßen Abständen jeweils zwischen unmittelbar benachbarten Karten (siehe Abbildung).



Den Mitspielern werden folgende Angaben mitgeteilt: Die vier Karten sind ein Bube, eine Dame, ein König und ein As, jede Karte in einer der vier Farben Kreuz, Pik, Herz, Karo, wobei jede dieser Farben genau einmal vertreten ist. Ferner gilt:

- (1) Die Dame ist weiter vom As entfernt als das As vom König.
- (2) Der Bube liegt näher am As als der König.
- (3) Von der Herzkarte bis zur Karokarte ist der Abstand geringer als von der Kreuzkarte bis zur Herzkarte.
- (4) Die Karokarte liegt weiter entfernt von der Herzkarte als von der Pikkarte.
- (5) Die Pikkarte liegt unmittelbar benachbart links neben der Dame.



Beweise, daß aus diesen Angaben eindeutig hervorgeht, um welche Karten es sich handelt und in welcher Reihenfolge von links nach rechts sie auf dem Tisch liegen!

Aufgabe 200835:

Zwei Strahlen  $s_1$  und  $s_2$ , die von einem Punkt  $S$  ausgehen und miteinander einen rechten Winkel bilden, mögen von zwei zueinander parallelen Geraden  $g$  und  $h$  geschnitten werden. Die Gerade  $g$  schneide  $s_1$  in  $A$  und  $s_2$  in  $C$ , die Gerade  $h$  schneide  $s_1$  in  $B$  und  $s_2$  in  $D$ . Ferner gelte  $\overline{SB} = 5$  cm, und der Flächeninhalt des Dreiecks  $SAC$  betrage genau 36% des Flächeninhalts des Dreiecks  $SBD$ .

Ermittle aus diesen Voraussetzungen die Länge der Strecke  $SA$ !

Aufgabe 200836:

Von zwei Dreiecken  $ABC_1$  und  $ABC_2$  werden die folgenden Eigenschaften (1), (2) und (3) vorausgesetzt:

- (1)  $\sphericalangle C_1AB = \sphericalangle C_2AB$ ,
- (2)  $\overline{BC_1} = \overline{BC_2}$ ,
- (3)  $\overline{AC_1} < \overline{AC_2}$ .

Beweise aus dieser Voraussetzung, daß die Umkreise der Dreiecke  $ABC_1$  und  $ABC_2$  gleiche Radien haben!