



**19. Mathematik Olympiade**  
**1. Stufe (Schulolympiade)**  
**Klasse 8**  
**Saison 1979/1980**

Aufgaben



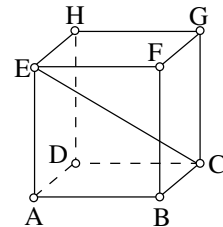


## 19. Mathematik-Olympiade 1. Stufe (Schulolympiade) Klasse 8 Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

### Aufgabe 190811:

Gegeben sei ein Würfel  $ABCDEFGH$  mit der Kantenlänge 5 cm (siehe Bild). Dieser Würfel ist in senkrechter Zweitafelprojektion abzubilden. Dabei wird gefordert, daß die Raumdiagonale  $EC$  parallel zur Grundrißtafel und senkrecht zur Aufrißtafel liegt. Unter Beachtung dieser Forderung kann die Lage des Würfels im Raum sonst beliebig gewählt werden. Alle Eckpunkte sind entsprechend dem Bilde zu benennen.



Beschreibung und Begründung der Konstruktion sind nicht erforderlich.

### Aufgabe 190812:

Aus den Ziffern 0, 1, ..., 9 seien genau sieben ausgewählt, von denen keine zwei einander gleich sind.

Ermittle die Anzahl derjenigen (im dekadischen System) siebenstelligen Zahlen, die in ihrer (dekadischen) Zifferndarstellung jede der ausgewählten Ziffern enthalten!

Dabei werde

- a) vorausgesetzt, daß die 0 nicht unter den ausgewählten Ziffern vorkommt,
- b) vorausgesetzt, daß die 0 unter den ausgewählten Ziffern vorkommt.

### Aufgabe 190813:

Gegeben seien die vier periodischen Dezimalbrüche

$$p = 0, \overline{3456}..., \quad q = 0, \overline{345\overline{6}}..., \quad r = 0, \overline{34\overline{56}}..., \quad s = 0, \overline{345\overline{6}}$$

- a) Ermittle alle diejenigen natürlichen Zahlen  $n$ , für die folgende Aussage gilt: In der  $n$ -ten Stelle nach dem Komma haben alle vier Dezimalbrüche  $p, q, r, s$  dieselbe Ziffer.
- b) Ermittle alle diejenigen natürlichen Zahlen  $m$ , für die folgende Aussage gilt: In der  $m$ -ten Stelle nach dem Komma haben keine zwei der vier Dezimalbrüche  $p, q, r, s$  dieselbe Ziffer!

### Aufgabe 190814:

Von zwei Kreisen werde vorausgesetzt, daß sie sich von außen in einem Punkt  $P$  berühren. Die Gerade, die beide Kreise in  $P$  berührt, sei  $t$ . Ferner sei  $s$  eine weitere gemeinsame Tangente beider Kreise; sie berühre diese in den Punkten  $Q$  bzw.  $R$ . Der Schnittpunkt von  $s$  mit  $t$  sei  $S$ .

Beweise, daß unter diesen Voraussetzungen  $S$  der Mittelpunkt der Strecken  $QR$  ist!