



19. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Saison 1979/1980

Aufgaben





19. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 190731:

Ermittle alle geordneten Paare $(x;y)$ natürlicher Zahlen, die folgende Bedingungen erfüllen:

- (1) Die zweite Zahl y ist um 1 kleiner als das Dreifache der ersten Zahl x .
- (2) Das Produkt aus dem Sechsfachen der ersten und dem Vierfachen der zweiten Zahl beträgt 1680.

Aufgabe 190732:

Von drei Kreisen k_1, k_2, k_3 mit dem gleichen Radius r , aber verschiedenen Mittelpunkten M_1, M_2, M_3 werde vorausgesetzt:

k_2 und k_3 schneiden einander in einem Punkt P und einem Punkt $A \neq P$.

k_3 und k_1 schneiden einander in P und einem Punkt $B \neq P$.

k_1 und k_2 schneiden einander in P und einem Punkt $C \neq P$.

Beweise, daß aus diesen Voraussetzungen stets folgt: Der Umkreis des Dreiecks ABC hat r als Radius!

Aufgabe 190733:

Konstruiere ein Trapez $ABCD$ mit $AB \parallel CD$ aus $a = 5,5$ cm, $c = 2,5$ cm, $e = 4,5$ cm, $f = 6,0$ cm! Dabei seien a bzw. c die Längen der Seiten AB bzw. CD ; e bzw. f die Längen der Diagonalen AC bzw. BD .

Beschreibe und begründe deine Konstruktion!

Untersuche, ob $ABCD$ durch die gegebenen Längen bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt ist!

Aufgabe 190734:

Birgit und Frank erhalten folgende Informationen über die Schüler einer Schulklasse:

- Die Anzahl aller Schüler dieser Klasse ist kleiner als 40.
- Genau 60% dieser Schüler nehmen an der AG "Bildende Kunst" teil,
- genau 66% aller Schüler der Klasse gehen regelmäßig zum Schwimmen,
- genau 50% aller Schüler der Klasse sind Leser der Kinderbibliothek.

Birgit nennt eine natürliche Zahl x und meint:

Aus den Informationen folgt, daß mindestens x Schüler dieser Klasse sowohl an der AG "Bildende Kunst" teilnehmen als auch regelmäßig zum Schwimmen gehen; dagegen folgt nicht, daß mehr als x Schüler der Klasse diese beiden Freizeitbeschäftigungen ausüben.

Frank nennt eine natürliche Zahl y und meint:



Aus den Informationen folgt, daß mindestens y Schüler dieser Klasse an allen drei Formen der Freizeitbeschäftigung (AG "Bildende Kunst", Schwimmen, Kinderbibliothek) teilnehmen.

- a) Zeige, daß aus den gegebenen Informationen die Anzahl der Schüler der Klasse eindeutig ermittelt werden kann, und gib diese Anzahl an!
- b) Ermittle eine natürliche Zahl x so, daß Birgits Aussagen wahr sind!
- c) Beweise, daß Franks Aussagen für jede natürliche Zahl $y > 0$ falsch sind!

Aufgabe 190735:

Cathrin geht einkaufen. Sie hat genau 18 Geldstücke, und zwar nur Zweimark- und Fünfzigpfennigstücke, bei sich. Von dem Gesamtbetrag dieses Geldes gibt sie genau die Hälfte aus. Nach dem Einkauf stellt sie fest, daß sie jetzt wieder ausschließlich Zweimark- und Fünfzigpfennigstücke bei sich hat, und zwar soviel Zweimarkstücke wie sie vor dem Einkauf Fünfzigpfennigstücke besaß, und soviel Fünfzigpfennigstücke, wie sie vorher Zweimarkstücke hatte.

Welchen Geldbetrag besaß Cathrin noch nach dem Einkauf?

Aufgabe 190736:

Es sei $ABCD$ ein Quadrat mit der Seitenlänge 6 cm und E der Mittelpunkt der Seite AD . Auf CE sei ein Punkt F so gelegen, daß die Flächen der Dreiecke AFE und BCF inhaltsgleich sind.

Ermittle den Flächeninhalt des Dreiecks ABF !