18. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Saison 1978/1979

Aufgaben

18. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 180731:

In einem Spezialistenlager für Junge Mathematiker führt Dirk eine Knobelaufgabe vor. Er stellt auf einen Tisch in eine Reihe - für die Zuschauer von links nach rechts - fünf Gefäße auf: eine Flasche, einen Krug, eine Tasse, einen Becher und eine Kanne. Sie sind, nicht notwendig in dieser Reihenfolge, mit je einem der Getränke Tee, Kaffee, Milch, Limonade und Most gefüllt. Den Zuschauern ist nicht bekannt, welches Gefäß welche Flüssigkeit enthält.

Dirk sagt: "Stelle ich die Kanne - wobei ich die anderen Gefäße unverändert stehen lasse - so zwischen zwei der anderen Gefäße, daß unmittelbar links neben ihr das Gefäß mit Tee und unmittelbar rechts neben ihr das Gefäß mit Milch steht, so stehen Milchgefäß und Limonadengefäß unmittelbar nebeneinander, und außerdem steht dann das Gefäß mit Kaffee als mittleres in der Reihe der fünf Gefäße. Findet nun heraus, womit die einzelnen Gefäße gefüllt sind!"

Untersuche, ob allein aus diesen Angaben ermittelt werden kann, welche Getränke sich in jedem der fünf Gefäße befinden. Gib alle mit Dirks Angaben übereinstimmenden Möglichkeiten einer Verteilung der Getränke auf die Gefäße an!

Aufgabe 180732:

Definition: Berührt ein Kreis k eine Seite s eines Dreiecks D und Verlängerungen der beiden anderen Seiten von D, so heißt k "Ankreis des Dreiecks D (an die Seite s)".

Aufgabe: Beweise folgenden Satz:

"Ist k Ankreis eines Dreiecks ABC an die Seite BC und ist M_a der Mittelpunkt von k, so hängt die Größe des Winkels $\sphericalangle BM_aC$ nur von der Größe α des Winkels $\sphericalangle CAB$ ab."

Zum Beweis ermittle eine Formel für die Größe des Winkels $\sphericalangle BM_aC$ in Abhängigkeit von α!

Aufgabe 180733:

Gegeben seien ein Winkel, dessen Größe kleiner als 180° ist, und ein Punkt P im Innern dieses Winkels. Der Scheitel des Winkels sei A.

Konstruiere eine Gerade g, die durch den Punkt P geht und die die Schenkel des Winkels so in Punkten $B \neq A$ bzw. $D \neq A$ schneidet, daß P der Mittelpunkt von BD ist!

Beschreibe und begründe deine Konstruktion!

Stelle fest, ob es genau eine Gerade gibt, die die Bedingungen der Aufgabe erfüllt!

Aufgabe 180734:

In einem Behälter befinden sich genau 25 kg einer 4%igen wäßrigen Lösung, d.h., 4% dieser Lösung bestehen aus der gelösten Substanz, der Rest besteht aus Wasser.

Wieviel Prozent des Wassers sind dieser Lösung zu entziehen, damit eine neue Lösung entsteht, deren Wasseranteil nur noch 90% beträgt?

Aufgabe 180735:

In einem Dreieck ABC sei u die Länge des Umfangs, und r sei die Länge des Umkreisradius.

Beweise, daß dann die Ungleichung $r > \frac{u}{6}$ gilt!

Aufgabe 180736:

Ermittle alle rationalen Zahlen a mit folgender Eigenschaft:

Das Produkt aus der Zahl a und ihrem absoluten Betrag ist gleich der Summe der Zahl a und ihrem absoluten Betrag.