



17. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 12
Saison 1977/1978

Aufgaben





17. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 12
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 171221:

Man ermittle alle diejenigen reellen Zahlen a_1, d, b_1, q , für die folgende Aussage gilt:

Wenn

- (1) a_1 das Anfangsglied und d die Differenz einer arithmetischen Folge (a_n) ist und wenn
- (2) b_1 ($\neq 0$) das Anfangsglied und q der Quotient einer geometrischen Folge (b_n) ist, so haben diese Folgen die Eigenschaften
- (3) $a_1 = -3b_1$,
- (4) $a_2 = 2b_2$,
- (5) $a_3 = b_3$,
- (6) d ist eine ganze Zahl.

Aufgabe 171222:

Über eine natürliche Zahl x werden von vier Schülern A, B, C, D je drei Aussagen gemacht. Dabei macht der Schüler A genau zwei wahre Aussagen, während die Schüler B, C, D mindestens eine und höchstens zwei wahre Aussagen treffen.

Man ermittle alle natürlichen Zahlen a , die diesen Bedingungen genügen:

- (A1) x ist dreistellig.
- (A2) Es gilt: $500 < x < 600$.
- (A3) Jede der Ziffern 1, 3, 5, 7, 9 tritt genau einmal entweder in der dekadischen Darstellung von x oder in der dekadischen Darstellung der Quersumme von x auf; andere Ziffern kommen in beiden Darstellungen nicht vor.
- (B1) In der dekadischen Darstellung von x ist die Anzahl der Zehner das arithmetische Mittel aus der Anzahl der Hunderter und der der Einer.
- (B2) x ist das Produkt dreier voneinander verschiedener Primzahlen.
- (B3) x ist durch 5 teilbar.
- (C1) x ist eine Quadratzahl.
- (C2) Streicht man in der dekadischen Darstellung von x die Hunderterziffer und fügt sie als (neue) Endziffer wieder an, so erhält man die dekadische Darstellung einer Primzahl.



(C3) Die dekadische Darstellung von x enthält mindestens drei gleiche Ziffern.

(D1) x ist das Produkt zweier zweistelliger Zahlen.

(D2) x ist Primzahl.

(D3) x ist ungerade.

Aufgabe 171223:

Es sind alle ganzen Zahlen zu ermitteln, für die

$$f(x) = \frac{3x^2 + x - 2}{x^2 - 2}$$

ganzzahlig ist.

Aufgabe 171224:

Gegeben sei in einer Ebene ε ein gleichseitiges Dreieck ABC .

Man ermittle die Menge aller derjenigen Punkte X in ε , für die $\overline{AX} + \overline{BX} = \overline{CX}$ gilt.