



17. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Saison 1977/1978

Aufgaben





17. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 171211:

Man ermittle alle im dekadischen Positionssystem fünfstelligen natürlichen Zahlen, die durch 17, 19 und 23 teilbar sind und deren Zehnerziffer 0 lautet.

Aufgabe 171212:

Man ermittle alle reellen Lösungen (x, y) des Gleichungssystems

$$2 \cdot \sqrt{x+y} + x + y = 8, \quad (1)$$

$$x^3 + y^3 = 40. \quad (2)$$

Aufgabe 171213:

Über fünf Punkte A, B, C, D, S im Raum wird vorausgesetzt, daß A, B, C, D in einer Ebene ξ liegen; daß sie die Ecken eines konvexen Vierecks sind und daß S nicht in ξ liegt.

Es ist zu beweisen, daß dann zu der vierseitigen Pyramide $ABCD S$ eine Ebene existiert, die die Kanten SA, SB, SC bzw. SD in Punkten A', B', C' bzw. D' schneidet, die Eckpunkte eines Parallelogramms sind.

Aufgabe 171214:

Jemand sucht alle Möglichkeiten, vier Ecken eines gegebenen Würfels schwarz zu markieren. Er betrachtet zwei dieser Markierungsmöglichkeiten genau dann als gleich, wenn es eine Drehung des Würfels gibt, die die eine der beiden Markierungsmöglichkeiten in die andere überführt.

Ermitteln Sie alle verschiedenen Markierungsmöglichkeiten!