17. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Saison 1977/1978

Aufgaben

17. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 170931:

Ermitteln Sie die Anzahl der natürlichen Zahlen von 1 bis 1 000 (einschließlich dieser Grenzen), die weder durch 2 noch durch 3 noch durch 5 teilbar sind!

Aufgabe 170932:

Es sei $ABCD$ ein nicht überschlagenes Viereck, das die Seitenlängen $\overline{AB} = 9$ cm, $\overline{BC} = 6$ cm, $\overline{CD} = 11$ cm, $\overline{AD} = 8$ cm hat und in dem der Innenwinkel bei B die Größe 110° hat.

Untersuchen Sie durch Konstruktion, ob durch diese Angaben der Flächeninhalt von $ABCD$ eindeutig bestimmt ist!

Von einem Rechteck $EFGH$ werden nun folgende Eigenschaften gefordert:

(1) Das Rechteck $EFGH$ ist flächengleich dem Viereck $ABCD$.

(2) A liegt auf der Rechteckseite EH zwischen E und H, und C liegt auf der Rechteckseite FG.

(3) Die Rechteckseite EH steht auf AC senkrecht.

Begründen und beschreiben Sie, wie sich alle diejenigen Punkte konstruieren lassen, die als Eckpunkt E eines Rechtecks $EFGH$ mit den geforderten Eigenschaften (1), (2), (3) auftreten können!

Aufgabe 170933:

In einem Dreieck ABC sei $\overline{AC} = b = 13$ cm und $\overline{BC} = a = 15$ cm. Das Lot von C auf die Gerade durch A und B sei CD, und es gelte $\overline{CD} = h_c = 12$ cm.

Ermitteln Sie für alle Dreiecke ABC, die diesen Bedingungen entsprechen, den Flächeninhalt I!

Aufgabe 170934:

Für ein gleichschenkliges Trapez $ABCD$ mit $AB \parallel CD$ gelte $\overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = a$ sowie $\overline{AB} > a$.

a) Beweisen Sie, daß die Diagonale AC den Innenwinkel $\sphericalangle DAB$ des Trapezes halbiert!

b) Berechnen Sie die Länge von AB für den Fall, daß $\overline{\sphericalangle DAB} = 60°$ gilt!

Aufgabe 170935:

Beweisen Sie folgende Aussage!

Vergrößert man das Produkt von vier aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen um 1, so erhält man das Quadrat einer natürlichen Zahl.

Aufgabe 170936:

Für jedes $i = 1, 2, 3$ seien x_i und y_i zwei beliebige voneinander verschiedene reelle Zahlen, und es sei mit d_i die größere der beiden Zahlen x_i und y_i bezeichnet.

a) Beweisen Sie!

Wenn $x_1 \leq x_2 + x_3$ und $y_1 \leq y_2 + y_3$ gilt, dann gilt $d_1 \leq d_2 + d_3$.

b) Stellen Sie fest, ob auch die folgende Aussage gilt!

Wenn $d_1 \leq d_2 + d_3$ gilt, dann gilt auch $x_1 \leq x_2 + x_3$.