15. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Saison 1975/1976

Aufgaben

15. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 151211:

An einer Schule wird häufig Tischtennis gespielt. Man zeige, daß es stets unter sechs beliebigen Schülern dieser Schule entweder drei gibt, die bereits jeder gegen jeden gespielt haben, oder drei gibt, zwischen denen noch kein Spiel ausgetragen worden ist.

Aufgabe 151212:

Man beweise, daß es zu drei beliebig ausgewählten Punkten einer Kugeloberfläche stets eine Halbkugel gibt, auf der diese drei Punkte liegen.

Bemerkung: Eine Halbkugel(-fläche) werde stets einschließlich ihrer Randlinie verstanden.

Aufgabe 151213:

Man ermittle alle Tripel (x, y, z) reeller Zahlen, für die

$$\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+z} = \frac{7}{12} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{x+y} + \frac{1}{y+z} = \frac{8}{15} \qquad (2)$$

$$\frac{1}{x+z} + \frac{1}{y+z} = \frac{9}{20} \quad \text{gilt.} \qquad (3)$$

Aufgabe 151214:

Es sei $\mathfrak{M}$ die Menge aller derjenigen siebenstelligen Zahlen (im dekadischen Positionssystem), in denen jede der sieben Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 einmal auftritt.

Man beweise, daß keine der Zahlen aus $\mathfrak{M}$ durch eine andere Zahl aus $\mathfrak{M}$ teilbar ist.