15. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 8
Saison 1975/1976

Aufgaben

15. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 150811:

Peter kam vom Einkaufen zurück. Er kaufte in genau 4 Geschäften ein und hatte dafür genau 35 M zur Verfügung. Davon bringt er der Mutter genau 2 M wieder und berichtet:

> "Im Gemüseladen habe ich 4 M und noch etwas, jedenfalls mehr als 10 Pf bezahlt. Im Schreibwarengeschäft habe ich mehr als im Gemüseladen bezahlen müssen, es war eine gerade Zahl von Pfennigen und kein 5-Pfennig-Stück dabei. Beim Bäcker war es dann mehr als im Gemüseladen und Schreibwarengeschäft zusammen, aber diese Geldsumme war ungerade, und im Konsum schließlich bezahlte ich mehr als in den drei anderen Geschäften zusammen."

Welche Geldbeträge bezahlte Peter in den vier genannten Geschäften?

Aufgabe 150812:

a) Ermittle alle geordneten Paare $(a,\ b)$ natürlicher Zahlen, für die die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

(1) $a < 4$

(2) $a - b > 0$

(3) $a + b > 2$

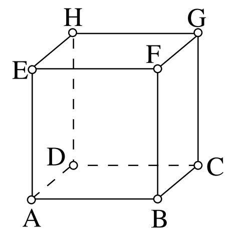
b) Beweise, daß es keine geordneten Paare $(a,\ b)$ ganzer Zahlen mit den Eigenschaften (1), (2), (3) gibt, bei denen $a < 0$ oder $b < 0$ ist!

Aufgabe 150813:

Man beweise: Wenn in einem Dreieck ABC für die Größen β, γ der Winkel $\sphericalangle ABC$, $\sphericalangle BCA$ und für einen Punkt D auf der Seite BC der Winkel $\sphericalangle BDA$ die Größe $90° + \frac{\gamma}{2} - \frac{\beta}{2}$ hat, so liegt D auf der Winkelhalbierenden von $\sphericalangle BAC$.

Aufgabe 150814:

Gegeben sei ein Würfel $ABCDEFGH$ mit der Kantenlänge 5 cm (siehe Abbildung). Dieser Würfel ist in senkrechter Zweitafelprojektion abzubilden. Dabei wird gefordert, daß die Raumdiagonale AG sowohl parallel zur Grundrißtafel als auch parallel zur Aufrißtafel liegt. Im übrigen kann, wenn diese Forderung erfüllt wird, die Lage des Würfels im Raum beliebig gewählt werden. Alle Eckpunkte sind entsprechend der Abbildung zu benennen.



Beschreibe und begründe die Konstruktion einer derartigen Zweitafelprojektion des Würfels!

Hinweis: Es empfiehlt sich, eine günstige Lage der vier Punkte A, E, G, C zu wählen.