



13. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Saison 1973/1974

Aufgaben





13. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 130731:

Über die Altersangaben (in vollen Lebensjahren) einer Familie (Vater, Mutter und zwei Kinder) ist folgendes bekannt:

- (1) Die Summe aller vier Lebensalter beträgt 124.
- (2) Vater und Mutter sind zusammen dreimal so alt wie ihre beiden Kinder zusammen.
- (3) Die Mutter ist mehr als doppelt so alt wie das älteste der beiden Kinder.
- (4) Die Differenz, die sich ergibt, wenn man das Lebensalter der Mutter von dem des Vaters subtrahiert, ist neunmal so groß wie die Differenz, die sich ergibt, wenn man das Lebensalter des jüngeren Kindes von dem des älteren Kindes subtrahiert.

Wie alt ist jedes der vier Familienmitglieder?

Aufgabe 130732:

Zeige, daß für jede Primzahl $p \geq 3$ das Produkt $(p+1)p(p-1)$ durch 24 teilbar ist!

Aufgabe 130733:

Konstruiere ein Trapez $ABCD$ mit $AB \parallel CD$ aus $a - c = 3$ cm, $b = 4$ cm, $d = 6$ cm, $e = 9$ cm! Dabei bedeuten a , b , c und d in dieser Reihenfolge die Längen der Seiten AB , BC , CD , DA und e die Länge der Diagonalen AC .

Beschreibe und begründe deine Konstruktion!

Stelle fest, ob durch die gegebenen Stücke ein Trapez bis auf Kongruenz eindeutig bestimmt ist!

Aufgabe 130734:

Ermittle alle dreistelligen natürlichen Zahlen a , die gleich der Hälfte der Summe derjenigen beiden Zahlen sind, die durch zyklische Vertauschung der Ziffern von a entstehen!

Hinweis: Wird die Zahl a durch die Ziffernfolge uvw dargestellt, so entstehen durch zyklische Vertauschung die Zahlen vuw und wuv . Dabei sollen auch Möglichkeiten mit $v = 0$ oder $w = 0$ zugelassen werden; die durch zyklische Vertauschung entstehenden Zahlen brauchen also nicht dreistellig zu sein.

Aufgabe 130735:

Gegeben sei ein Dreieck ABC ; der Schnittpunkt seiner Winkelhalbierenden sei W . Die Parallele durch W zu BC schneide AC in M und AB in N .

Beweise: $\overline{CM} + \overline{BN} = \overline{MN}$!



Aufgabe 130736:

Ein mit konstanter Geschwindigkeit fahrender Zug fuhr über eine 225 m lange Brücke in genau 27 s (gerechnet von der Auffahrt der Lok auf die Brücke bis zur Abfahrt des letzten Wagens von der Brücke).

An einem Fußgänger, der entgegen der Fahrtrichtung des genannten Zuges ging, fuhr dieser in genau 9 s vorüber. In dieser Zeit hatte der Fußgänger genau 9 m zurückgelegt.

Ermittle die Länge des Zuges (in Meter) und seine Geschwindigkeit (in Kilometer je Stunde)!