



**11. Mathematik Olympiade**  
**3. Stufe (Bezirksolympiade)**  
**Klasse 8**  
**Saison 1971/1972**

Aufgaben





11. Mathematik-Olympiade  
3. Stufe (Bezirksolympiade)  
Klasse 8  
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 110831:

In ein leeres Gefäß (ohne Abfluß) mit einem Fassungsvermögen von 1000 Liter flossen mit gleichmäßiger Strömungsgeschwindigkeit zunächst in jeder Sekunde genau 30 Liter Wasser und von einem späteren Zeitpunkt  $t$  ab in jeder Sekunde genau 15 Liter Wasser. Nach genau 40 s, gemessen vom Anfang an, war das Gefäß gefüllt.

Ermittle, welcher Bruchteil des Gefäßinhalts zum Zeitpunkt  $t$  gefüllt war!

Aufgabe 110832:

Von sieben Schülern soll jeder auf sein Zeichenblatt vier voneinander verschiedene Geraden zeichnen. Dabei soll der erste Schüler die Geraden so zeichnen, daß kein Schnittpunkt, der zweite so, daß genau ein Schnittpunkt auftritt, der dritte so, daß genau 2 Schnittpunkte, der vierte so, daß genau 3 Schnittpunkte, der fünfte so, daß genau 4 Schnittpunkte, der sechste so, daß genau 5 Schnittpunkte, der siebente so, daß genau 6 Schnittpunkte auftreten. Schnittpunkte, die außerhalb des Zeichenblattes liegen werden hierbei mitgezählt.

Nach einer gewissen Zeit behaupten der zweite, der dritte und der sechste Schüler, daß ihre Aufgabe nicht lösbar sei.

Stelle fest, wer von den drei Schülern recht und wer nicht recht hat, und beweise deine Feststellung!

Aufgabe 110833:

Ermittle alle reellen Zahlen  $x$ , für die ein gleichschenkliges Dreieck  $\triangle ABC$  mit den Seitenlängen  $a = -5x + 12$ ;  $b = 3x + 20$ ;  $c = 4x + 16$  existiert!

(Überlege, welche Bedingungen  $a$ ,  $b$  und  $c$  dabei erfüllen müssen!)

Aufgabe 110834:

Beweise, daß für je zwei rationale Zahlen  $a > 2$  und  $b > 2$  das Produkt  $ab$  größer als die Summe  $a + b$  ist!

Aufgabe 110835:

Gisela stellt auf einem Pioniernachmittag folgende Aufgabe:

”Wenn ich aus diesem Gefäß mit Nüssen an fünf von euch dem ersten die Hälfte und eine halbe Nuß und dann dem zweiten, dem dritten u.s.w. nacheinander jeweils die Hälfte der noch vorhandenen Nüsse und eine halbe dazu gebe, dann habe ich alle verbraucht.

Wie groß ist die Anzahl der Nüsse, die das Gefäß enthielt?

Wie groß ist für jeden der fünf Pioniere die Anzahl der Nüsse, die er erhalten würde?”



Aufgabe 110836:

Einem Rechteck  $ABCD$  mit den Seitenlängen  $\overline{AB} = a$  und  $\overline{BC} = b$ ,  $a > b$ , sei ein Parallelogramm  $EFGH$  so eingeschrieben, daß die Seiten  $DA$  und  $BC$  des Rechtecks von Eckpunkten des Parallelogramms im Verhältnis  $2 : 3$  oder  $3 : 2$ , die Seiten  $AB$  und  $CD$  im Verhältnis  $3 : 4$  oder  $4 : 3$  geteilt werden und  $E$  auf  $AB$ ,  $F$  auf  $BC$ ,  $G$  auf  $CD$ ,  $H$  auf  $DA$  liegen.

Stelle fest, ob dies auf eine oder mehrere Weisen möglich ist! Ermittle in jedem der möglichen Fälle das Verhältnis der Flächeninhalte von Rechteck und Parallelogramm zueinander!