



11. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Saison 1971/1972

Aufgaben





11. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 110821:

Beweise den folgenden Satz:

Wenn p eine Primzahl größer als 3 ist, dann ist genau eine der Zahlen $p - 1$, $p + 1$ durch 6 teilbar.

Aufgabe 110822:

Es sei AB eine Strecke gegebener Länge a , auf der zwei Punkte C und D liegen. Dabei liege C zwischen A und D und D zwischen C und B . Über AC , AD und DB seien auf derselben Seite der Geraden durch A und B Halbkreise geschlagen, und über CB sei ein Halbkreis auf der anderen Seite der Geraden geschlagen.

Es ist die Summe s der Längen aller dieser Halbkreisbögen in Abhängigkeit von a zu ermitteln.

Aufgabe 110823:

Beweise, daß für jedes Dreieck $\triangle ABC$ der folgende Satz gilt:

Ist S der von C verschiedene Schnittpunkt der Winkelhalbierenden durch C mit dem Umkreis des Dreiecks $\triangle ABC$, dann liegt S auf der Mittelsenkrechten von AB .

Aufgabe 110824:

In einer Ebene ϵ seien zwei voneinander verschiedene Punkte P und Q sowie eine durch Q gehende Gerade g beliebig gegeben.

- Beweise, daß dann stets der Spiegelpunkt P' von P bezüglich g auf dem Kreis um Q mit dem Radius \overline{PQ} liegt!
- Beweise, daß es umgekehrt zu jedem Punkt P' des Kreises um Q mit dem Radius \overline{PQ} eine durch Q verlaufende Gerade g gibt, bezüglich der P' der Spiegelpunkt von P ist!
- Beweise: Ist P^* ein Punkt, der nicht auf dem Kreis um Q mit dem Radius \overline{PQ} liegt, so gibt es keine durch Q verlaufende Gerade, bezüglich der P^* der Spiegelpunkt von P wäre!