10. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Saison 1970/1971

Aufgaben

10. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 100731:

Während der Friedensfahrt fuhr an 6 Thälmannpionieren eine Spitzengruppe von Radrennfahrern so vorbei, daß man eine Reihenfolge eindeutig feststellen konnte. Um diese Reihenfolge zu ermitteln, gab jeder der 6 Pioniere seine Beobachtungen wieder, wobei sämtliche Aussagen wahr sind:

(1) In der Spitzengruppe waren genau 8 Fahrer, darunter genau ein Belgier und genau zwei Polen.

(2) Von den Fahrern, die vor dem Belgier fuhren, waren mindestens zwei DDR-Fahrer.

(3) Von den Fahrern, die vor den beiden Polen fuhren, war mindestens einer ein sowjetischer Fahrer.

(4) Von den Fahrern, die hinter dem Belgier fuhren, war mindestens einer ein sowjetischer Fahrer.

(5) Zwei sowjetische Fahrer fuhren unmittelbar hintereinander.

(6) Am Anfang und am Schluß der Spitzengruppe fuhr jeweils ein DDR-Fahrer.

Ermittle die genaue Reihenfolge der Fahrer der Spitzengruppe!

Aufgabe 100732:

Gegeben sei ein Winkel der Größe $60°$ mit dem Scheitelpunkt S. Ferner sei $P \neq S$ ein beliebiger, auf einem der Schenkel des Winkels gelegener Punkt. Der Fußpunkt des Lotes von P auf den anderen Schenkel des Winkels sei F.

Beweise, daß sich die Halbierende des Winkels $\sphericalangle PSF$ und die Strecke PF in einem Punkte schneiden, der auf der Mittelsenkrechten von PS liegt!

Aufgabe 100733:

Von den Schülern einer 8. Klasse gehören genau $\frac{3}{5}$ dem Schulchor und genau $\frac{7}{10}$ der Schulsportgemeinschaft an. Genau $\frac{2}{5}$ der Anzahl aller Schüler dieser Klasse sind sowohl Mitglied des Chores als auch Mitglied der Schulsportgemeinschaft (SSG).

Berechne, der wievielte Teil der Anzahl aller Schüler dieser Klasse weder im Chor noch in der SSG ist!

Aufgabe 100734:

Nach der Sage machte die böhmische Königin Libussa die Gewährung ihrer Hand von der Lösung eines Rätsels abhängig, das sie ihren drei Freiern aufgab:

> "Wenn ich aus diesem Korb mit Pflaumen dem ersten Freier die Hälfte des Inhalts und noch eine Pflaume, dem zweiten die Hälfte des Restes und noch eine Pflaume, dem dritten die Hälfte des nunmehrigen Restes und noch drei Pflaumen geben würde, dann wäre der Korb geleert.
>
> Nenne die Anzahl der Pflaumen, die der Korb enthält!"

Aufgabe 100735:

Aus den zweistelligen Primzahlen 13, 17, 37, 79 erhält man wieder Primzahlen, wenn man ihre Ziffern jeweils vertauscht, also die Zahlen 31, 71, 73, 97 bildet. Ebenso kann man bei der Primzahl 131 die Ziffern beliebig vertauschen, also die Zahlen 113, 311 bilden, ohne daß dabei die Primzahleigenschaft verloren geht.

Untersuche, ob es dreistellige Primzahlen mit paarweise voneinander verschiedenen Ziffern gibt, bei denen man bei sämtlichen möglichen Ziffernvertauschungen stets wieder dreistellige Primzahlen erhält! (Ohne Benutzung der Zahlentafel)

Aufgabe 100736:

Konstruiere ein Dreieck ABC aus $a = 5,5$ cm; $b = 3,5$ cm; $s_c = 3$ cm!

Dabei bedeuten a, b die Längen der Seiten BC bzw. AC und $\overline{CD} = s_c$ die Länge der Seitenhalbierenden der Seite AB.

Beschreibe und begründe deine Konstruktion! Stelle fest, ob sich mit den gegebenen Stücken ein Dreieck eindeutig konstruieren läßt!