# 8. Mathematik Olympiade
# 2. Stufe (Kreisolympiade)
# Klasse 12
# Saison 1968/1969

Aufgaben

# 8. Mathematik-Olympiade
# 2. Stufe (Kreisolympiade)
# Klasse 12
# Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 081221:

Geben Sie alle Primzahlen $p$ an, für die sowohl $p + 10$ als auch $p + 14$ Primzahlen sind!

Aufgabe 081222:

In einer dreiseitigen Pyramide sei die Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck der Seitenlänge $a$, die Spitze $S$ liege in der Höhe $h$ über dem Schnittpunkt $M$ der Seitenhalbierenden des Grunddreiecks.

Welchen Wert hat der Quotient $\frac{h}{a}$, wenn der Neigungswinkel zweier Seitenflächen der Pyramide gegeneinander $90^\circ$ beträgt?

Aufgabe 081223:

Man gebe zwölf reelle Zahlen $a_1$, ..., $a_6$, $b_1$, ..., $b_6$ so an, daß für jede reelle Zahl $x$ die Gleichung

$$\begin{aligned} x^{12} + 1 = &(x^2 + a_1x + b_1)(x^2 + a_2x + b_2)(x^2 + a_3x + b_3) \\ &\cdot(x^2 + a_4x + b_4)(x^2 + a_5x + b_5)(x^2 + a_6x + b_6) \end{aligned}$$

gilt!

Aufgabe 081224:

Es sind, alle reellen Zahlen $x$ anzugeben, für die die Gleichung

$$|x + 1| \cdot |x - 2| \cdot |x + 3| \cdot |x - 4| = |x - 1| \cdot |x + 2| \cdot |x - 3| \cdot |x + 4|$$

erfüllt ist.

Aufgabe 081225:

Man beweise $\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2}$, ohne die Wurzeln auszurechnen.

Aufgabe 081226:

Ein Trapez $ABCD$, dessen Grundseiten die Längen $a$ und $b$ $(a > b)$ haben und dessen beide anderen (nichtparallelen) Seiten, genügend verlängert, einen Winkel der Größe $\alpha$ einschließen mögen, habe einen Inkreis.

Berechnen Sie aus den Größen $a$, $b$ und $\alpha$ den Durchmesser $d$ dieses Inkreises!