8. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Saison 1968/1969

Aufgaben

8. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 080931:

Marlies erklärt Claus-Peter ein Verfahren, nach dem man, wie sie meint, die Quadrate der natürlichen Zahlen von 26 bis 50 leicht ermitteln kann, wenn man die Quadrate der natürlichen Zahlen bis 25 auswendig weiß.

> ”Wenn du beispielsweise das Quadrat von 42 berechnen willst, dann bildest du die Ergänzung dieser Zahl bis 50 und quadrierst sie. Das wäre in diesem Falle 64. Davor setzt du die Differenz zwischen deiner Zahl und 25, in deinem Falle also 17. Die so gebildete Zahl, hier also 1 764, ist bereits das gesuchte Quadrat von 42.”

Prüfen Sie die Richtigkeit dieses Verfahrens für alle Zahlen des angegebenen Bereichs!

Aufgabe 080932:

Konstruieren Sie ein Dreieck ΔABC aus a, $b+c$ und α!

Dabei sind a, b, c die Längen der Dreiecksseiten und α die Größe des Winkels $\sphericalangle BAC$.

Aufgabe 080933:

Geben Sie alle Zahlentripel (a, b, c) an, die die Gleichungen

$$\begin{aligned} a+b+c &= s_1 \qquad & a-b+c &= s_3 \\ a+b-c &= s_2 \qquad & a-b-c &= s_4 \end{aligned}$$

unter der zusätzlichen Bedingung erfüllen, daß die Menge der vier Zahlen s_1, s_2, s_3, s_4 (ohne Rücksicht auf ihre Reihenfolge) mit der Menge der vier Zahlen 1, 2, 3, 4 übereinstimmt!

Aufgabe 080934:

Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck ΔABC.

Man ermittle das Verhältnis der Inhalte von In- und Umkreisfläche dieses Dreiecks zueinander!

Aufgabe 080935:

Es ist zu beweisen, daß für jede ungerade Zahl n die Zahl $n^{12} - n^8 - n^4 + 1$ durch 512 teilbar ist.

Aufgabe 080936:

Es sei $ABCD$ ein Rechteck, und es sei P ein Punkt, der nicht notwendig in der Ebene des Rechtecks zu liegen braucht. P habe vom Eckpunkt A den Abstand a, vom Punkt B den Abstand b und vom Punkt C den Abstand c.

Man berechne den Abstand d des Punktes P vom Eckpunkt D und zeige dabei, daß zur Ermittlung dieses Abstandes d die Kenntnis der drei Abstände a, b, c ausreicht.