8. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Saison 1968/1969

Aufgaben

8. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 080831:

Beweise folgenden Satz: Jedes Dreieck ΔABC läßt sich in zwei rechtwinklige Teildreiecke zerlegen.

Aufgabe 080832:

Von fünf äußerlich gleichen Kugeln haben genau drei gleiches Gewicht; die beiden übrigen, die untereinander gleich schwer sind, haben jeweils ein anderes Gewicht als jede der erstgenannten.

Beweise, daß in jedem Fall (d.h. bei jedem möglichen Resultat der durchgeführten Wägungen) drei Wägungen ausreichen, um die beiden letztgenannten Kugeln herauszufinden, wenn als Hilfsmittel nur eine zweischalige Waage ohne Wägestücke zur Verfügung steht!

Aufgabe 080833:

Es ist zu beweisen: Läßt die Quersumme einer natürlichen Zahl bei der Division durch 9 den Rest r, so läßt auch die Zahl selbst bei der Division durch 9 den Rest r.

Aufgabe 080834:

Von einem Rechteck $ABCD$ mit den Seitenlängen $\overline{AB} = a$ und $\overline{AD} = b$ $(b < a)$ ist durch genau eine Parallele zu einer Seite ein dem ursprünglichen Rechteck ähnliches abzuschneiden. Löse die Aufgabe durch Konstruktion!

Bemerkung: Zwei nicht quadratische Rechtecke heißen ähnlich, wenn das Längenverhältnis der größeren zur kleineren Seite bei beiden gleich ist.

Aufgabe 080835:

Fritz soll eine dreistellige natürliche Zahl z mit sich selbst multiplizieren. Er schreibt versehentlich als ersten Faktor eine um 5 kleinere Zahl hin. Darauf aufmerksam gemacht, sagt er: "Ich nehme als zweiten Faktor einfach eine um 5 größere Zahl, dann wird das Ergebnis richtig."

a) Ist diese Behauptung wahr?

b) Gesetzt, sie sei falsch, zwischen welchen Grenzen bewegt sich der absolute Fehler, wenn z alle dreistelligen Zahlen durchläuft?

Aufgabe 080836:

Die Zahlen a, b, c und d mögen folgenden Bedingungen genügen:

(1) $d > c$

(2) $a + b = c + d$

(3) $a + d < b + c$

Ordne die Zahlen der Größe nach (beginnend mit der größten)!