



7. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Saison 1967/1968

Aufgaben





7. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 070831:

Konstruiere ein Dreieck $\triangle ABC$ aus $\overline{AB} = 5$ cm, dem Winkel $\sphericalangle BAC$ mit der Größe $\alpha = 70^\circ$ und der Bedingung, daß der Schnittpunkt der drei Höhen des Dreiecks die Höhe durch den Eckpunkt B halbiert!

Aufgabe 070832:

Unter einer Quersumme einer natürlichen Zahl versteht man die Summe ihrer Ziffern: Z.B. hat 1967 die Quersumme $1 + 9 + 6 + 7 = 23$.

Man ermittle die Summe aller Quersummen der natürlichen Zahlen von 1 bis einschließlich 1 000!

Aufgabe 070833:

Es seien a und b positive ganze Zahlen.

Gesucht sind alle ganzen Zahlen x , für die $\frac{a+x}{b-x} = \frac{b}{a}$ ist.

Aufgabe 070834:

Es sei a eine positive ganze Zahl.

Zeige, daß der Bruch $\frac{a^2-a+1}{a^2+a-1}$ weder durch 2 noch durch 3 gekürzt werden kann!

Aufgabe 070835:

Beweise:

Zwei Eckpunkte eines beliebigen Dreiecks $\triangle ABC$ sowie die Fußpunkte der durch diese Ecken gehenden Höhen bestimmen ein Sehnenviereck, d.h. ein Viereck, dessen Eckpunkte auf demselben Kreis liegen, dessen Seiten also Sehnen dieses Kreises sind.

Aufgabe 070836:

Gesucht ist eine zweistellige natürliche Zahl mit folgenden Eigenschaften:

- 1) Die Differenz ihrer Ziffern beträgt drei.
- 2) Vertauscht man ihre Ziffern, so ist die neue Zahl um neun kleiner als das Doppelte der ursprünglichen Zahl.