6. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Saison 1966/1967

Aufgaben

6. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 7
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 060731:

Es seien a, b, c natürliche Zahlen, wobei a durch b und b durch c teilbar ist.

Ermittle das kleinste gemeinschaftliche Vielfache und den größten gemeinsamen Teiler der Zahlen a, b und c für $a \geq 1$, $b \geq 1$, $c \geq 1$!

Aufgabe 060732:

In einer alten Aufgabensammlung steht folgende Aufgabe:

Ein Jagdhund verfolgt einen Fuchs, der ihm 54 Fuchsschritte voraus ist. Die Länge von 2 Hundeschritten ist genau gleich der Länge von 3 Fuchsschritten. Der Hund braucht zu 4 Schritten genauso lange Zeit wie der Fuchs zu 5 Schritten.

Mit wieviel Schritten holt der Hund den Fuchs ein, wenn beide gleichzeitig in ein und derselben Richtung starten?

Aufgabe 060733:

Gegeben ist ein Dreieck ΔABC. Gesucht ist eine Parallele p zu BC, die folgende Eigenschaften hat:

(1) Sie schneidet die Strecken AB und AC.

(2) Sind D und E die Schnittpunkte von p mit AB bzw. mit AC, so ist $\overline{BD} + \overline{CE} = \overline{DE}$.

Aufgabe 060734:

Die Zahl $\frac{16}{15}$ soll in der Form $\frac{16}{15} = \frac{a}{m} + \frac{b}{n}$ dargestellt werden. Dabei sollen a, b, m, n natürliche Zahlen sein, für die die Brüche $\frac{a}{m}$ und $\frac{b}{n}$ unkürzbar und keine ganzen Zahlen sind.

Gib drei Beispiele einer solchen Darstellung an, wobei
im ersten Beispiel $m = n$ und $a \neq b$ gilt,
im zweiten Beispiel $a = b$ und $m \neq n$ gilt,
im dritten Beispiel $a = b$ und $m = n$ gilt!

Aufgabe 060735:

Für jede zweistellige natürliche Zahl gilt der Satz:

Addiert man zu der zweistelligen Zahl die Differenz aus der Anzahl ihrer Zehner und der Anzahl ihrer Einer, so erhält man eine durch 11 teilbare Zahl.

Beweise diesen Satz!

Aufgabe 060736:

In einem gleichschenkligen Dreieck ΔABC habe der Winkel $\sphericalangle ACB$ ein Gradmaß von $120°$.

Beweise, daß die Mittelsenkrechten der Seiten AC und BC die Seite AB in drei gleiche Teile teilen!