



5. Mathematik Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Saison 1965/1966

Aufgaben





5. Mathematik-Olympiade
3. Stufe (Bezirksolympiade)
Klasse 9
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 050931:

Beweisen Sie die folgende Behauptung!

Jede nicht durch 9 teilbare (ganzzahlige) Quadratzahl läßt bei Division durch 3 den Rest 1.

Aufgabe 050932:

- Konstruieren Sie das Dreieck $\triangle ABC$, wenn α , a und s_c gegeben sind! Dabei bedeutet α das Maß des Winkels $\sphericalangle CAB$, a die Länge der Seite BC und s_c die Länge der Seitenhalbierenden CD , wobei D der Mittelpunkt der Seite AB ist.
- Beschreiben und diskutieren Sie die Konstruktion!

Aufgabe 050933:

Die positive ganze Zahl x ende auf die Ziffern a und b (in dieser Reihenfolge).

Man ermittle alle geordneten Paare (a, b) , für die x^2 auf dieselben Ziffern a und b (auch in bezug auf die Reihenfolge) endet!

Aufgabe 050934:

Man ermittle für die reellen Zahlen a und b , $a \neq 0$, die dem Betrag nach kleinere Lösung der Gleichung

$$x^2 + 2ax - b^2 = 0.$$

Aufgabe 050935:

In dem Parallelogramm $ABCD$ sei $\overline{AB} = \overline{CD} = a$, $\overline{BC} = \overline{AD} = b$, ($a > b$) und $\overline{AE} = h_a$, wobei E der Fußpunkt des vom Punkt A des auf die Seite CD bzw. ihre Verlängerung gefällten Lotes ist. Ferner sei eine Kreisscheibe mit einem Radius der Länge r gegeben. Der Mittelpunkt der Kreisscheibe durchlaufe sämtliche Seiten des Parallelogramms.

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche F , die von der Kreisscheibe überstrichen wird!

Aufgabe 050936:

Eine Mutter stellt ihren drei Kindern Jürgen, Renate und Christine eine Schüssel mit Kirschen auf den Tisch mit dem Bemerkung, daß sich jeder nach der Rückkehr ein Drittel der Kirschen nehmen möge.

Jürgen, der als erster nach Hause kommt, nimmt sich, da die Zahl der Kirschen nicht durch 3 teilbar ist, zunächst eine Kirsche und dann von den Restlichen den dritten Teil.



Als Renate heimkommt, meint sie, die erste zu sein. Sie nimmt sich, da die Zahl der Kirschen nicht durch drei teilbar ist, zunächst zwei Kirschen und von den Übrigen den dritten Teil.

Auch Christine glaubt, als sie heimkehrt, erste zu sein, und nimmt sich den dritten Teil der in der Schüssel befindlichen Kirschen.

Die Mutter stellt danach fest, dass insgesamt 42 Kirschen gegessen wurden. Wieviel Kirschen waren anfangs in der Schüssel?