



3. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 12
Saison 1963/1964

Aufgaben





3. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 12
Aufgaben

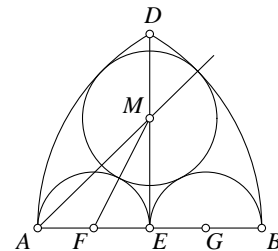
Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 031221:

Geben Sie ohne Benutzung einer Tafel der Kubikzahlen alle zweistelligen Zahlen an, deren dritte Potenzen mit den Ziffern der ursprünglichen Zahl in derselben Anordnung beginnen!

Aufgabe 031222:

Gegeben sei eine Strecke \overline{AB} . Ein Schnittpunkt der um A bzw. B mit \overline{AB} geschlagenen Kreisbogen sei D (siehe Abbildung). E sei der Mittelpunkt von \overline{AB} . Über \overline{AE} und \overline{EB} als Durchmesser seien die Halbkreise geschlagen.



Berechnen Sie \overline{ME} , wobei M der Mittelpunkt des Kreises ist, der beide Halbkreise und die Kreisbogen AD und BD berührt!

Aufgabe 031223:

Bestimmen Sie die Menge aller Paare (x, y) von reellen Zahlen x, y , die die folgenden Gleichungen befriedigen:

$$\cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2} = \frac{1}{2}, \quad \cos x \cdot \cos y = \frac{1}{4}.$$

Aufgabe 031224:

Es sei \overline{AD} die Höhe eines Dreiecks ABC . Ein Kreis, der die Seite BC in D berührt, möge die Seite \overline{AB} in M und N und die Seite \overline{AC} in P und Q schneiden.

Man beweise, daß

$$\frac{AM + AN}{AC} = \frac{AP + AQ}{AB} \quad \text{ist!}$$

Aufgabe 031225:

Zwei Hirten verkaufen eine Anzahl von Tieren, von denen jedes genausoviel Groschen einbringt, wie die Anzahl der Tiere beträgt. Den Erlös verteilen sie folgendermaßen:

Der erste Hirt erhält 10 Groschen, der zweite 10 Groschen, dann wieder der erste 10 Groschen, der zweite 10 Groschen usw. Nachdem der erste zum letzten Mal 10 Groschen erhalten hat, verbleibt ein Rest, der kleiner als 10 Groschen ist. Von diesem Rest kaufen sie ein Messer.

Wieviel kostet das Messer?