



2. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 12
Saison 1962/1963

Aufgaben





2. Mathematik-Olympiade

1. Stufe (Schulolympiade)

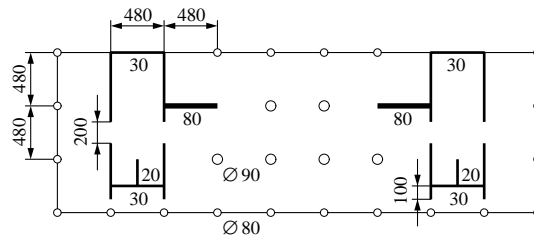
Klasse 12

Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 021211:

Das „Haus des Lehrers“ in Berlin ist ein monolithischer Stahlbetonskelettbau. Der (idealisierte!) Horizontalquerschnitt durch das Erdgeschoß zeigt die wichtigsten aus Stahlbeton gefertigten Teile.



Die Höhe des Erdgeschosses beträgt 6,00 m, die vier eingezeichneten 2,00 m breiten Zugänge zum Treppenhaus sind jeweils 2,15 m hoch. Sämtliche Achsmaße betragen 4,80 m.

Berechnen Sie den Bedarf an Beton für das gesamte Erdgeschoß! Dabei bleibt die Bewehrung unberücksichtigt.

Aufgabe 021212:

Eine Fischereiproduktionsgenossenschaft möchte wissen, wieviel Fische einer bestimmten Sorte sich ungefähr in einem kleinen See befinden. Zu diesem Zwecke werden 30 Fische dieser Sorte gefangen, gekennzeichnet und in den See zurückgegeben. Am nächsten Tage werden 52 Fische derselben Sorte gefangen, unter denen 4 das Kennzeichen haben.

Wieviel Fische der Sorte befanden sich ungefähr in dem See? (Begründung!)

Aufgabe 021213:

Beweisen Sie, daß die Funktion

$$y = \frac{|x - 1|}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$$

die folgenden Eigenschaften hat:

- sie ist für alle reellen Zahlen definiert,
- sie ist für alle $x \geq 1$ wachsend,
- sie hat den Wertevorrat $0 \leq y < 1$,
- ihr Bild ist achsensymmetrisch! Bestimmen Sie die Symmetrieachse und beweisen Sie die Symmetrieeigenschaften der Kurve!



Aufgabe 021214:

Es sind sämtliche Lösungen der Gleichung

$$\begin{aligned}\cos^2 x \cdot \cos^2 2x \cdot \cos^2 3x + \sin^2 x \cdot \sin^2 2x \cdot \sin^2 3x \\ = \cos^2 x \cdot \cos^2 2x + \cos^2 x \cdot \cos^2 3x + \cos^2 3x \cdot \cos^2 2x\end{aligned}$$

für $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ zu bestimmen!

Aufgabe 021215:

Auf einer Kreislinie sind drei verschiedene Punkte A, B, C gegeben.

Es ist auf der gleichen Kreislinie ein weiterer Punkt D so zu konstruieren, daß $ABCD$ sowohl Sehnenviereck als auch Tangentenviereck ist! (Näherungslösungen z. B. mit Hilfe einer Hyperbel gelten nicht als Lösung. Es dürfen nur Zirkel und Lineal benutzt werden.)

Aufgabe 021216:

Es ist zu beweisen, daß es genau ein Paar natürlicher Zahlen x und y gibt, für das die Zahl $N = x^4 + 4y^4$ eine Primzahl ist!