



2. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 11
Saison 1962/1963

Aufgaben





2. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 11
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 021121:

Auf dem internationalen Symposium in Moskau über Probleme der höheren technischen und humanistischen Bildung erklärte der sowjetische Nobelpreisträger Nikolai Semjonow, daß mit dem in der UdSSR erreichten Wachstumstempo die jährliche Erzeugung von Elektroenergie in 100 Jahren auf das 10 000fache gesteigert werden kann.

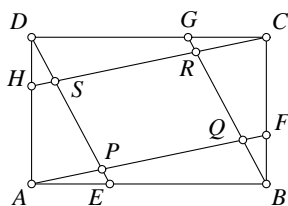
- a) Welche jährliche Steigerung (in Prozent) liegt dieser Perspektive zugrunde?
- b) Wie groß war die bisherige durchschnittliche Steigerung (in Prozent) der Elektroenergie in der UdSSR in den Jahren 1955 bis 1961? (1955 wurden 170 Mrd. kWh und 1961 insgesamt 327 Mrd. kWh erzeugt.)

Vergleichen Sie die Ergebnisse!

Aufgabe 021122:

Beweisen Sie, daß stets $\sin \alpha + \cos \alpha \neq 1,5$ ist!

Aufgabe 021123:



Die Seiten eines Rechtecks $ABCD$ werden im Verhältnis $1 : 2$ geteilt. Die Teilpunkte seien (fortlaufend) E, F, G, H . Die Schnittpunkte der Verbindungsgeraden AF, BG, CH und DE bilden die Ecken des Vierecks $PQRS$ (siehe Abb.).

- a) Was für ein Viereck ist $PQRS$?
- b) Wie verhält sich der Flächeninhalt dieses Vierecks zu dem Flächeninhalt des Rechtecks?

Aufgabe 021124:

Von einem regelmäßigen Tetraeder sind die 4 Ecken so abzuschneiden, daß von den Seitenflächen regelmäßige Sechsecke übrigbleiben.

Volumen und Oberfläche des entstandenen Körpers sind zu berechnen.

Aufgabe 021125:

Beweisen Sie, daß für alle natürlichen Zahlen n stets

$$5^{2n+1} \cdot 2^{n+2} + 3^{n+2} \cdot 2^{2n+1}$$

durch 19 teilbar ist!