



2. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 11
Saison 1962/1963

Aufgaben





2. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 11
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

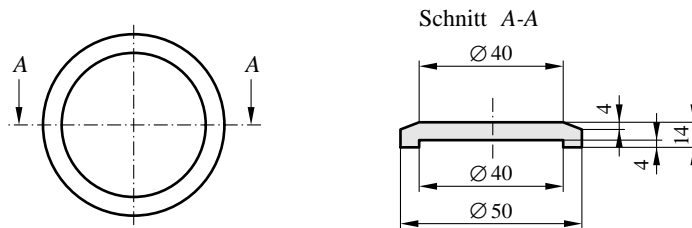
Aufgabe 021111:

Zu dem „Haus des Lehrers“ in Berlin gehört auch ein Kongreßgebäude mit einem Saal, der von einer Aluminiumkuppel überdeckt wird. Die Kuppel hat die Form einer Kugelkalotte. Der Basiskreis hat einen äußeren Durchmesser von 31,2 m, die Kuppel (Kalotte) eine Höhe von 9,6 m. Berechnen Sie:

- den Radius r der Kugel,
- die Fläche der Kugelkalotte und
- das Gewicht der Aluminiumhaut, mit der die Kuppel abgedeckt wird! (Stärke der Aluminiumhaut $s = 1,4$ mm, Wichte des Aluminiums $\gamma = 2,7$ p/cm³.)

Aufgabe 021112:

Im VEB Wälzlagerwerk „Josef Orlopp“ wurden Bunsenbrennerfüße früher aus einer zylindrischen Scheibe ($d = 50$ mm, $h = 14$ mm) gedreht. Nach einem Verbesserungsvorschlag sollen die Füße in der abgebildeten Form gegossen werden.



- Wie groß ist dabei die prozentuale Materialeinsparung?
- Wieviel Bunsenbrennerfüße lassen sich aus dem Material herstellen, das bei der Anfertigung eines Klassensatzes (30 Stück) eingespart wird (vgl. Abbildung)?

Aufgabe 021113:

Es ist ein gleichschenkliges Dreieck gegeben. Sein Umkreis habe den Radius r_1 , sein Inkreis den Radius r_2 . Beweisen Sie, daß für den Abstand d der Mittelpunkte beider Kreise gilt:

$$d = \sqrt{r_1(r_1 - 2r_2)}.$$

Untersuchen Sie dabei alle verschiedenen Lagemöglichkeiten der Mittelpunkte!



Aufgabe 021114:

Es ist zu beweisen, daß für $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ stets gilt:

$$\sin x + \cos x \geq \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2 \sin x} \cdot \sqrt[4]{\cos x}.$$

Aufgabe 021115:

Gegeben sei ein Kreis mit dem Radius $r = 3$ cm und eine Gerade g mit dem Abstand $a = 5$ cm vom Mittelpunkt des Kreises. Ferner ist auf der Peripherie des Kreises ein beliebiger Punkt P gegeben.

- a) Konstruieren Sie durch P eine Sekante, die den Kreis in R und die Gerade in Q so schneidet, daß $\overline{PR} = \overline{PQ}$ ist!
- b) Untersuchen Sie, unter welchen Bedingungen die Konstruktion ausführbar ist (Begründung)!

Aufgabe 021116:

Es sind alle reellen Zahlen x zu bestimmen, welche die Ungleichung

$$\sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} > \frac{1}{2}$$

erfüllen! Das Ergebnis ist zu überprüfen!