2. Mathematik Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Saison 1962/1963

Aufgaben

2. Mathematik-Olympiade
2. Stufe (Kreisolympiade)
Klasse 8
Aufgaben

Hinweis: *Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.*

Aufgabe 020821:
Zu beweisen ist folgender Satz:

Wenn sich der Bruch $\frac{a-b}{a+b}$ nicht kürzen läßt, dann ist stets auch $\frac{a}{b}$ unkürzbar.

Aufgabe 020822:
Nach den Plänen, die auf dem XXII. Parteitag der KPdSU ausgearbeitet wurden, soll die Kohleförderung 1980 um 687 Millionen t höher liegen als im Jahre 1960. Die Kohleförderung im Jahre 1980 beträgt 234 Prozent im Vergleich zum Jahre 1960.

Berechne die geplante Kohleförderung des Jahres 1960! Runde auf volle Millionen t!

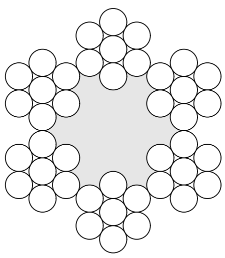
Aufgabe 020823:
Berechne:

$$\frac{m^2-n^2}{m-n}+\frac{m^2+2mn+n^2}{m+n}.$$

Aufgabe 020824:
Welche x erfüllen die folgende Gleichung:

$$\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{3}\right):\left(\frac{x}{3}-\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{3x}{4}-\frac{1}{6}\right):\left(\frac{x}{2}-\frac{2}{3}\right)?$$

Aufgabe 020825:



Drahtseile bestehen häufig aus Litzen, die wieder aus einzelnen Stahldrähten bestehen. Die Litzen sind um eine gefettete Hanfseele geschlagen, die das Seil von innen her schmiert. Die Abbildung zeigt den Querschnitt durch ein solches Drahtseil, das aus 42 Drähten und einer (grau gefärbten) Hanfseele besteht. Jeder Draht hat einen Durchmesser von 1 mm.

Wie groß ist der Durchmesser des dem Seilquerschnitt umbeschriebenen Kreises? Begründung!

Aufgabe 020826:

Klaus fährt mit seinem Moped mit gleichbleibender Geschwindigkeit eine Straße entlang und passiert dabei zu Anfang einen Kilometerstein mit einer zweistelligen Zahl vor dem Komma. Nach genau $1\frac{1}{2}$ Stunden kommt er wiederum an einem Kilometerstein vorbei, auf dem vor dem Komma die gleichen Ziffern, jedoch in umgekehrter Reihenfolge stehen. Nach weiteren $1\frac{1}{2}$ Stunden ist er am Ziel und erblickt einen Kilometerstein, dessen dreistellige Zahl vor dem Komma aus den beiden Ziffern des ersten Steines, zwischen denen sich eine Null befindet, besteht. Hinter dem Komma stand in allen drei Fällen die gleiche Ziffer.

a) Welche Strecke legte Klaus zurück?

b) Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit fuhr er?

Aufgabe 020827:

Von einem Dreieck sind die Summe zweier Seiten und zwei Winkel gegeben:

$$a + b = 10\text{ cm}, \qquad \beta = 45^\circ, \qquad \gamma = 60^\circ.$$

Konstruiere das Dreieck! Beschreibe und begründe die Konstruktion!

Aufgabe 020828:

Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse $AB = 10\text{ cm}$! Der Fußpunkt der Höhe h_c soll die Hypotenuse in zwei Abschnitte teilen, die sich wie $2 : 3$ verhalten.

Bestimme aus der Konstruktion die Länge von h_c! Beschreibe die Konstruktion!

Aufgabe 020829:

Folgende Behauptung ist zu beweisen:

Die Mittelpunkte der Quadrate, die über den Seiten eines beliebigen Parallelogramms so errichtet worden sind, daß die Quadrate außerhalb des Parallelogramms liegen, bilden fortlaufend miteinander verbunden ein Quadrat.

(Hier genügt es nicht, nur die Zeichnung anzufertigen, das ist kein Beweis! Es müssen die Eigenschaften eines Quadrates nachgewiesen werden. Die Eigenschaften sind: alle Seiten sind gleich lang, alle Winkel sind 90° groß.)