



1. Mathematik Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 11
Saison 1961/1962

Aufgaben





1. Mathematik-Olympiade
1. Stufe (Schulolympiade)
Klasse 11
Aufgaben

Hinweis: Der Lösungsweg mit Begründungen und Nebenrechnungen soll deutlich erkennbar in logisch und grammatikalisch einwandfreien Sätzen dargestellt werden. Zur Lösungsgewinnung herangezogene Aussagen sind zu beweisen. Nur wenn eine so zu verwendende Aussage aus dem Schulunterricht oder aus Arbeitsgemeinschaften bekannt ist, genügt es ohne Beweisangabe, sie als bekannten Sachverhalt anzuführen.

Aufgabe 011111:

Es ist zu beweisen, daß bei beliebigem n (n eine natürliche Zahl) die Zahl $6^{2n} - 1$ durch 7 teilbar ist.

Aufgabe 011112:

Ein Dampfer fährt auf einem Fluß von A nach B 3 Stunden und bei gleicher Maschinenleistung von B nach A $4\frac{1}{2}$ Stunden.

Wie lange braucht ein nur von der Strömung getriebenes Fahrzeug für den Weg von A nach B ?

Aufgabe 011113:

Kann man einen Würfel durch eine Ebene so teilen, daß der erhaltene Schnitt ein

- a) gleichseitiges Dreieck,
- b) Quadrat,
- c) regelmäßiges Fünfeck,
- d) regelmäßiges Sechseck

ist? Die Behauptungen sind zu beweisen!

Aufgabe 011114:

Es seien ein Dreieck $P_1P_2P_3$ und ein beliebiger Punkt P im Innern des Dreiecks gegeben. Die Schnittpunkte der Geraden P_1P , P_2P bzw. P_3P mit den gegenüberliegenden Seiten seien Q_1 , Q_2 , Q_3 .

Es ist zu beweisen, daß unter den Verhältnissen

$$\frac{P_1P}{PQ_1}, \quad \frac{P_2P}{PQ_2}, \quad \frac{P_3P}{PQ_3}$$

wenigstens eines nicht größer als 2 und wenigstens eines nicht kleiner als 2 ist.

Aufgabe 011115:

Setzt man einen Würfel aus 8 gleichen Würfeln zusammen, wobei in jeder Dimension 2 Würfel nebeneinanderliegen, und streicht ihn mit Farbe an, dann besteht der Würfel aus 8 Würfeln, bei denen je 3 Flächen angestrichen sind. Nun soll ein Würfel aus gleichen Würfeln so zusammengesetzt werden, daß in jeder Dimension 3 Würfel nebeneinanderliegen. Der zusammengesetzte Würfel werde wieder angestrichen.

- a) Wieviel der kleinen Würfel haben keine angestrichene Fläche, wieviel haben eine, wieviel zwei und wieviel drei angestrichene Flächen?



-
- b) Was erhält man, wenn in jeder Dimension 4 Würfel nebeneinanderliegen?
- c) Versuchen Sie, eine Formel für n in jeder Dimension nebeneinanderliegender Würfel zu finden, und beweisen Sie diese Formel!